Das Itô-Integral

Merlin Carl, Dominik Klein, Tobias Polley

3. Juli 2006

Erinnerung. *Für zwei gegebene interne Prozesse:* $X, Y : \Omega \times T \to^{\star} \mathbb{R}$ *ist das stochastiche Integral definiert durch:*

$$\int_0^t X dY = \sum_{s=0}^{t} X_s \Delta Y_s$$

Definition 1. *Ein stochastisches Integral heisst Itô-Integral, falls* Y *die Brownsche Bewegung ist*

Definition 2. *Ein stochastischer Prozess:* $X : \Omega \times T \to^{\star} \mathbb{R}$ *heisst nichtanzipierend, falls* $X(\omega, t) = X(\omega', t)$ *für alle* ω, ω' *mit* $\omega \restriction t = \omega' \restriction t$

Satz 1. *Sei* X *nichtantiziperender Prozess, der quadrat-S-integrierbar ist bzgl.* $P \times \lambda$*. Dann gilt für alle* t*: Das stochastische Integral* $\int_0^t X d\chi$ *ist fast überall endlich.*

Definition 3. *Sei* M λ^2*-Martingal. Ein hyperendlicher Prozess* X *gehört zu* $SL^2(M)$*, falls* X *nichtantizipierend und quadratintegrierbar ist.*

Sei M *lokales* λ^2*-Martingal. Ein hyperendlicher Prozess* X *gehört zu* $SL(M)$*, falls* X *nichtantizipierend und für alle* n *in* $SL^2(M_{\tau_n})$ *ist.*

Theorem 1. *Sei* M S*-stetiges lokales* λ^2*-Martingal und* $X \in SL(M)$*, dann ist* $\int X dM$ S*-stetig*