22.05.06

6. S-Integrierbarkeit (Exkurs)

Timo Geltinger

Satz 6.1 (overspill/underspill).

(i) *Sei φ eine Formel, in der nur interne Mengen als Parameter auftreten. Gilt dann $\varphi(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$, so gibt es ein $h \in {}^*\mathbb{N} - \mathbb{N}$,so dass $\varphi(n)$ für alle $n \in {}^*\mathbb{N}$ mit $n \leq h$ gilt.*

(ii) *Sei φ wie oben. Gilt dann $\varphi(n)$ für alle hinreichend großen $n \in \mathbb{N}$,so gilt es auch für alle hinreichend kleinen $n \approx \infty$.*

(iii) *Sei φ wie oben. Gilt dann $\varphi(n)$ für alle hinreichend kleinen $n \approx \infty$, so gilt es auch für alle hinreichend großen $n \in \mathbb{N}$.*

Korollar 6.2 (Grenzwerte von Folgen).
Sei $(a_n)_{n\in {}^*\mathbb{N}}$ eine interne Folge in ${}^*\mathbb{R}$. Dann gilt $\lim_{n\to\infty} {}^\circ a_n = a$ gdw. $a_N \approx a$ für alle hinreichend kleinen $N \approx \infty$.

Korollar 6.3 (Grenzwerte von Doppelfolgen).
Sei $(a_{mn})_{m,n\in {}^*\mathbb{N}}$ eine interne Doppelfolge in ${}^*\mathbb{R}$. Dann gilt $\lim_{m,n\to\infty} {}^\circ a_{mn} = a$ gdw. $a_{MN} \approx a$ für alle hinreichend kleinen $M, N \approx \infty$.