

## Übungen zur Mengenlehre I

41. Zeigen Sie:

- (a)  $otp(x)$  ist definit.
- (b) “ $R$  ist fundiert” ist definit.

42. Es gelte **ZF** – (**Fund**). Sei  $On$  definiert wie in Aufgabe 16 und  $V = \bigcup \{V_\alpha \mid \alpha \in On\}$ . Zeigen Sie, dass dann  $\varphi^V$  für alle  $\varphi \in \mathbf{ZF}$  gilt.

Daraus folgt zusammen mit Aufgabe 16, 35 und 36, dass (**Fund**) von **ZF** – (**Fund**) unabhängig ist.

Sei im Folgenden  $M$  stets ein Grundmodell,  $(\mathbb{P}, \leq_{1_{\mathbb{P}}}) \in M$  eine Forcing-Halbordnung und  $G$  ein  $\mathbb{P}$ -Filter.

43. Es gelte  $G \in M$ . Zeigen Sie, dass dann  $M[G] = M$  ist.

Eine Menge  $D \subseteq \mathbb{P}$  heißt dicht in  $\mathbb{P}$ , falls  $\forall p \in \mathbb{P} \exists q \in D q \leq p$  gilt.

$G$  heißt  $\mathbb{P}$ -generisch über  $M$ , falls  $\forall D \in M (D \text{ dicht in } \mathbb{P} \rightarrow D \cap G \neq \emptyset)$ .

44. Sei  $D \subseteq \mathbb{P}$  mit  $D \in M$ . Weiterhin sei  $G$   $\mathbb{P}$ -generisch über  $M$  und  $p \in G$ . Es gelte:  $\forall q \leq p \exists r \in D q, r$  kompatibel. Zeigen Sie, dass dann  $G \cap D \neq \emptyset$ .

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 22. 01. 07 in der Vorlesung