Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
26. 01. 05
Blatt 14

Übungen zur Mengenlehre I

53. Seien $(\mathbb{P}, \leq_{\mathbb{P}}, 1_{\mathbb{P}})$ und $(\mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}}, 1_{\mathbb{Q}})$ zwei Forcing-Halbordnungen. Definiere $\leq_{\mathbb{P}\times\mathbb{Q}}$ auf $\mathbb{P} \times \mathbb{Q}$ durch $(p_1, q_1) \leq_{\mathbb{P}\times\mathbb{Q}} (p_2, q_2) :\Leftrightarrow p_1 \leq_{\mathbb{P}} p_2$ und $q_1 \leq_{\mathbb{Q}} q_2$. Dann ist $(\mathbb{P} \times \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{P}\times\mathbb{Q}}, (1_{\mathbb{P}}, 1_{\mathbb{Q}}))$ eine Forcing-Halbordnung.

Zeigen Sie: Erfüllen $\mathbb{P}$ und $\mathbb{Q}$ die ω_1-AB, so gilt dies auch für $\mathbb{P} \times \mathbb{Q}$.

54. Sei M ein Grundmodell, $\mathbb{P} \in M$ eine Forcing-Halbordnung, G $\mathbb{P}$-generisch über M. Zeigen Sie: Ausser in trivialen Fällen ist $G \times G$ nie $\mathbb{P} \times \mathbb{P}$-generisch über M.

Ist umgekehrt H $\mathbb{P} \times \mathbb{P}$-generisch über M, so sind $H_1 := \{p \in \mathbb{P} \mid (p, q) \in H$ für ein $q \in \mathbb{P}\}$ und $H_2 := \{q \in \mathbb{P} \mid (p, q) \in H$ für ein $p \in \mathbb{P}\}$ $\mathbb{P}$-generisch über M.

55. Eine Menge $D \subseteq \mathbb{P}$ heiße Abschnitt, wenn aus $p \leq q$ und $q \in D$ folgt, dass $p \in D$ ist. Eine Forcing-Halbordnung $\mathbb{P}$ heiße κ-distributiv, falls der Durchschnitt von weniger als κ-vielen dichten Abschnitten stets dicht in $\mathbb{P}$ ist.

Zeigen Sie: Ist $\mathbb{P}$ κ-abgeschlossen, so ist es auch κ-distributiv.

56. Sei M ein Grundmodell, $\mathbb{P} \in M$ eine Forcing-Halbordnung, G $\mathbb{P}$-generisch über M. Zeigen Sie: Ist $\mathbb{P}$ κ-distributiv in M und $f \in M[G]$ mit $f : \alpha \to On$ für ein $\alpha < \kappa$, so ist $f \in M$.

Dieses Blatt wird nicht mehr korrigiert und gewertet.

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MengenlehreI.html