Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 04/05
19. 01. 05
Blatt 13

Übungen zur Mengenlehre I

49. Zeigen Sie:

(a) $p \Vdash \neg\, \varphi$ ist äquivalent zu $\forall q \leq p\ \neg\ q \Vdash \varphi$

(b) $p \Vdash \varphi \wedge \psi$ ist äquivalent zu $p \Vdash \varphi$ und $p \Vdash \psi$

(c) $p \Vdash \exists x\ \varphi$ ist äquivalent zu $\forall q \leq p\ \exists r \leq q\ \exists a\ r \Vdash \varphi(a)$.

50. Zeigen Sie:

$$\forall p\ \exists q \leq p\ (q \Vdash \varphi \text{ oder } q \Vdash \neg\varphi).$$

51. Sei M ein Grundmodell und $(\mathbb{P}, \leq, 1_{\mathbb{P}}) \in M$ eine Forcing-Halbordnung. Zeigen Sie:

(a) Sind G_1 und G_2 über M $\mathbb{P}$-generische Filter mit $G_1 \subseteq G_2$, dann ist $G_1 = G_2$.

(b) Es gelte: $\forall p \in \mathbb{P}\ \exists q_0, q_1 \leq p\ q_0, q_1$ inkompatibel. Zeigen Sie, dass es dann mindestens abzählbar viele verschiedene über M $\mathbb{P}$-generische Filter gibt.

52. Sei M ein Grundmodell und $\alpha = (\omega_1)^M$. Definieren Sie eine Forcing-Halbordnung $\mathbb{P}$, so dass $\alpha \neq (\omega_1)^{M[G]}$ für alle über M $\mathbb{P}$-generischen Filter G.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 26. 01. 05 in der Vorlesung

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MengenlehreI.html