

Übungen zur Mathematik für Informatiker II a

16. Sei σ eine Signatur. Zeigen Sie durch Induktion: Jede Aussage in Aus^σ enthält genau so viele rechte Klammern $)$ wie linke Klammern $($.

17. Bei der Definition von Termen und Aussagen kann auf Klammern verzichtet werden, wenn man die Junktoren statt zwischen den beiden Teilaussagen davor schreibt (polnische Notation), z. B. $\forall \exists x x = x \forall y y = y$ statt $(\exists x x = x \forall y y = y)$. Sei σ eine Signatur. Definieren Sie rekursiv die Aussagen der Sprache L^σ in polnischer Notation und die Abbildung, die einer Aussage ihre Entsprechung in polnischer Notation zuordnet.

18. Sei $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{\alpha + \beta\sqrt{2} \in \mathbb{R} \mid \alpha, \beta \in \mathbb{Q}\}$ und $\mathfrak{Q}(\sqrt{2})$ die Substruktur von $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ mit der Trägermenge $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$. Zeigen Sie: Man kann mit Hilfe von $\forall, \exists, \neq, \vee, \wedge, \rightarrow, =, ,$ ($, +, \cdot$ und den rationalen Zahlen keine Aussage $\varphi(x, y)$ mit folgender Eigenschaft angeben:

Genau dann gilt $\varphi(x, y)$ in $\mathfrak{Q}(\sqrt{2})$, wenn $x \leq y$ ist.

Hinweis: Betrachten Sie den Automorphismus $h : \mathfrak{Q}(\sqrt{2}) \rightarrow \mathfrak{Q}(\sqrt{2})$, der $\alpha + \beta\sqrt{2}$ auf $\alpha - \beta\sqrt{2}$ abbildet. Sie brauchen nicht zu zeigen, daß das ein Automorphismus ist.

Bemerkung: Entsprechend müssen höhere Programmiersprachen bestimmte Operatoren zur Verfügung stellen, weil diese aus den anderen nicht gewonnen werden können.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabe bis spätestens 7. Juni 2004, 14.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr., Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIIA.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.