Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

SoSe 04
21. 07. 04

Klausur zur Mathematik für Informatiker II a

Bitte geben Sie auf jedem Blatt Ihrer Lösung Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer an.

Name: DPO:

Vorname: Übungsgruppe:

Matrikelnummer:

Tragen Sie bitte bei Aufgaben, die Sie nicht bearbeitet haben, einen Strich ein:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Summe
Punkte								

Vorkorrigierender:

Prüfer: Note:

Viel Erfolg!

1. Definieren Sie die folgenden Begriffe: schlichter Graph, Eulerscher Graph, Hamiltonscher Graph, Baum.

2. Sei $G = (E, K)$ ein Graph. Für $a, b \in E$ sei genau dann $a \sim b$, wenn es einen Weg von a nach b gibt. Zeigen Sie: Die Relation $\sim$ ist eine Äquivalenzrelation auf E.

3. Kennzeichnen Sie die wahren Aussagen in der Box durch `w`, die falschen durch `f`. Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen. Sie erhalten zwei Punkte für jede richtige Antwort, -2 Punkte für jede falsche, aber mindestens 0 Punkte für die Aufgabe insgesamt.

- ☐ Für alle endlichen Mengen A und B gilt $|A \cup B| = |A| + |B|$.
- ☐ Ist A eine Menge, so ist $\subseteq$ eine partielle Ordnung auf $Pot(A) = \{X \mid X \subseteq A\}$.
- ☐ In jeder Booleschen Algebra $(B, +, \cdot, -, 0, 1)$ gilt $x + (-x) = 1$ für alle $x \in B$.
- ☐ Es gibt 15 2-Auswahlen aus $\{1, \ldots, 6\}$.

Bitte wenden!

4. Sei σ eine Signatur und seien $\varphi, \psi, \chi \in Aus^\sigma$. Führen Sie einen formalen Beweis für folgende Tautologie:

$$((\varphi \to \psi) \wedge (\psi \to \chi)) \to (\varphi \to \chi).$$

5. Sei σ eine Signatur mit nur einer Sorte s, einem zweistelligen Relationssymbol r, einem einstelligen Funktionssymbol f und zwei Konstanten c, k. Zeigen Sie, daß die folgende Aussage nicht allgemeingültig ist:

$((\forall v_0^s \; r(v_0^s, f(v_0^s))) \wedge$
$(\forall v_0^s \forall v_1^s \; (r(v_0^s, v_1^s) \to \neg v_0^s = v_1^s)) \wedge$
$(\forall v_0^s \forall v_1^s \forall v_2^s \; (r(v_0^s, v_1^s) \wedge r(v_1^s, v_2^s) \to r(v_0^s, v_2^s))) \wedge$
$\neg c = k)$
$\to (r(f(c), f(k)) \vee r(f(k), f(c))).$

Hinweis: Sie vereinfachen sich die Aufgabe, indem Sie sich die Aussage in Ihnen aus der Vorlesung bekannte ordungstheoretische Begriffe übersetzen.

6. Sei σ eine Signatur. Seien $\mathfrak{M} = (\mathfrak{A}, \beta)$ und $\mathfrak{N} = (\mathfrak{B}, \gamma)$ σ-Modelle, so daß $\mathfrak{A}$ eine Substruktur von $\mathfrak{B}$ ist und für alle Terme $t \in T^\sigma$ $\mathfrak{M}(t) = \mathfrak{N}(t)$ gilt.

Man zeige durch Induktion:

Für alle Aussagen $\varphi \in Aus^\sigma$, in denen keine Quantoren auftreten, gilt $\mathfrak{M} \models \varphi$ genau dann, wenn $\mathfrak{N} \models \varphi$ ist.

7. Zeigen Sie mit Hilfe von Ergebnissen aus der Vorlesung: Es gibt keine Boolesche Algebra $(B, +, \cdot, -, 0, 1)$ mit genau 48 Elementen.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.