Mathematisches Institut
Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 03/04
02. 12. 03
Blatt 7

Übungen zur Mathematik für Informatiker I a

19. Seien über $\mathbb{R}$ die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 4 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \\ 7 & -5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

gegeben. Bestimmen Sie alle Produkte aus je zwei Faktoren, so weit diese definiert sind.

20. Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ eine lineare Abbildung mit

$$f(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad f(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad f(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie $DM(f)$.

21. Seien V und W Vektorräume über einem Körper K. Sei (a_0, a_1) eine Basis von V und (b_0, b_1) eine von W. Für $x \in V$ und $y \in W$ seien $x = x_0a_0 + x_1a_1$ und $y = y_0b_0 + y_1b_1$ die entsprechenden Basisdarstellungen.

Zeigen Sie: Ist $f : V \to W$ linear, dann gibt es eine Matrix $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \in M(2 \times 2, K)$, so daß für alle $x \in V$, $y \in W$ gilt:

$$\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad y = f(x).$$

Diese Matrix heißt darstellende Matrix von f bezüglich der Basen (a_0, a_1) und (b_0, b_1).
Hinweis: Wähle $f(a_0)$ und $f(a_1)$ als "Spalten" der Matrix, d.h.
$f(a_0) = \alpha b_0 + \gamma b_1$ und $f(a_1) = \beta b_0 + \delta b_1$.

Jede Aufgabe wird mit 4 Punkten bewertet.

Abgabetermin: bis spätestens 9. Dezember 2003, 9.00 Uhr, Übungskasten, Römerstr./Neubau, 1. Stock, vor dem Eingang zur Empore des Audimax

Internet: www.math.uni-bonn.de/people/irrgang/MIA.html

Bitte geben Sie auf Ihrer Lösung groß die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.