

## *Berechenbarkeitstheorie*

### Aufgabenblatt 9

---

Das Mathematische Institut sucht DRINGEND studentische Hilfskräfte für die Anfängervorlesungen. Interessierte Studenten mögen sich per e-mail oder Telefon bei Herrn Dr. Torsten Hefer ([hefer@math.uni-bonn.de](mailto:hefer@math.uni-bonn.de); 0228/73-5278) melden.

---

#### **Aufgabe 1**

(a) Beweisen Sie, daß  $B \in \Sigma_n$  aus  $B \leq_m A \wedge A \in \Sigma_n$  folgt.

(b)  $A$  und  $B$  seien definiert durch

$$\langle x, y \rangle \in A \Leftrightarrow \forall z < y \ R(x, y, z),$$

$$\langle x, y \rangle \in B \Leftrightarrow \exists z < y \ R(x, y, z).$$

Zeigen Sie, daß  $A, B \in \Sigma_n$  aus  $R \in \Sigma_n$ , und  $A, B \in \Pi_n$  aus  $R \in \Pi_n$  folgt.

#### **Aufgabe 2**

Die Mengen Fin, Cof und Rec seien definiert durch

$$\text{Fin} = \{e \mid W_e \text{ ist endlich}\},$$

$$\text{Cof} = \{e \mid \overline{W}_e \text{ ist endlich}\},$$

$$\text{Rec} = \{e \mid W_e \text{ ist rekursiv}\}.$$

Zeigen Sie, daß  $\text{Fin} \in \Sigma_2$ ,  $\text{Cof} \in \Sigma_3$  und  $\text{Rec} \in \Sigma_3$  gilt.

#### **Aufgabe 3**

Es gelte  $n \geq 1$ . Beweisen Sie, daß  $B \leq_1 A$  aus  $B \leq_m A$  mit  $A = \emptyset^{(n)}$  folgt.

**Bemerkung:** Es ist auch möglich folgendes zu zeigen: Es gelte  $n \geq 1$ ,  $B \leq_1 A$  aus  $B \leq_m A$  mit  $B = \emptyset^{(n)}$  folgt. Mit Aufgabe 3 folgt daraus, daß man die  $\Sigma_n$ -Vollständigkeit von  $A$  statt mit  $B \leq_1 A$  auch durch „ $A \in \Sigma_n$  und für alle  $B \in \Sigma_n$  gilt  $B \leq_m M$ “ zeigen kann.

#### **Aufgabe 4**

Beweisen Sie das

$$\text{Tot} =_{\text{def}} \{e \mid W_e = \mathbb{N}\},$$

$\Pi_2$ -Vollständig ist ist.

Homepage der Vorlesung:

<http://www.math.uni-bonn.de/people/logic/Lectures/SoSe2002/Welch.html>

Newsgroup: [uni-bonn.math.logik](mailto:uni-bonn.math.logik)