

Berechenbarkeitstheorie

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1

(a) Zeigen Sie: Es existiert eine partiell rekursive Funktion ψ , so daß

$$\varphi(x) \simeq \mu y[\psi(x, y) = 0]$$

nicht partiell rekursiv ist.

(b) Warum widerspricht dieses Resultat nicht der μ -Abgeschlossenheit von \mathcal{C}_{RM} ?

Hinweis:

Überprüfen Sie die Definition von „ μ -abgeschlossen“.

Definieren Sie $\psi(x, y)$ durch

$$\psi(x, y) := \begin{cases} 0 & \text{falls } y = 1 \text{ oder } (y = 0 \wedge \varphi_x(x) \downarrow) \text{ gilt.} \\ \uparrow & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie dann, daß K rekursiv ist, wenn $\varphi \in \mathcal{C}_{\text{RM}}$ gilt.

Aufgabe 2

Es sei E_n definiert durch

$$E_n :=_{\text{df}} \{x \mid \exists y \varphi_n(y) = x\} = \text{ran } \varphi_n.$$

Zeigen Sie, daß „ $n \in E_n$ “ nicht entscheidbar ist.

Aufgabe 3

Zeigen Sie:

(a) Es existiert kein Algorithmus, der entscheidet, ob ein Programm P_e eine \mathcal{C}_{RM} -Funktion $\varphi_e^{(1)}$ mit $\varphi_e^{(1)}(x) = x^2$ definiert.

(b) Es existiert kein Algorithmus, der für ein Paar von Indizes $u, v \in \mathbb{N}$ entscheidet, ob

$$\varphi_u^{(1)}(x) = \varphi_v^{(1)}(x)$$

gilt für alle x .

Homepage der Vorlesung:

<http://www.math.uni-bonn.de/people/logic/Lectures/SoSe2002/Welch.html>

Newsgroup: uni-bonn.math.logik