MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT BONN
Prof. Dr. Peter Koepke

Bonn, den 02.05.2002

# Einführung in die Mathematische Logik SS 2002

## Übungsaufgaben, Folge 3, Abgabe: 07.05.2002 vor der Vorlesung

**Aufgabe 1**
Zeigen Sie, dass die folgenden Regeln im Sequenzenkalkül über der Sprache $\{\vee, \neg\}$ ableitbar sind:

$$\frac{\begin{array}{c}(A \rightarrow B)\\ (\neg A \rightarrow B)\end{array}}{B}; \qquad \frac{\begin{array}{c}(\neg A \rightarrow B)\\ (\neg A \rightarrow \neg B)\end{array}}{A}; \qquad \frac{\begin{array}{c}A\\ \neg A\end{array}}{B}; \qquad \frac{(B \rightarrow A)}{(\neg B \rightarrow \neg A)}.$$

Hierbei steht $(A \rightarrow B)$ als Abkürzung für $(\neg A \vee B)$.

**Aufgabe 2**
Zeigen Sie, dass folgende Aussagen im Aussagenkalkül über der Sprache $\{\rightarrow, \neg\}$ ableitbar sind:

$$(\neg\neg A \rightarrow A); \qquad (A \rightarrow \neg\neg A); \qquad (A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))); \qquad (A \rightarrow (A \vee B)).$$

Hierbei steht $(A \wedge B)$ als Abkürzung für $\neg(B \rightarrow \neg A)$ und $(A \vee B)$ als Abkürzung für $(\neg A \rightarrow B)$.

**Aufgabe 3**
Wir betrachten zwei Personen, Anton(A) und Berta(B). Eine Person kann entweder ein Ritter oder ein Knappe sein. Ritter lügen nie und Knappen lügen immer.

(a) Formalisieren Sie die obigen Axiome in der $\{\vee, \neg\}$-Sprache des Sequenzenkalküls.

(b) Formen Sie die Aussage

Anton sagt:„Ich bin ein Knappe, oder Berta ist ein Ritter“

in eine Aussage in der $\{\vee, \neg\}$-Sprache des Sequenzenkalküls um.

(c) Beweisen Sie im Sequenzenkalkül, dass sowohl Anton als auch Berta Ritter sind.

**Aufgabe 4**
Zeigen Sie, dass $(\{0,1\}, \oplus, \odot)$ ein Körper der Größe 2 ist.
Dabei seien $\oplus$ und $\odot$ die durch folgenden Wahrheitstafeln definiert:

| $\oplus$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

| $\odot$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

(Bemerkung: $\oplus$ und $\odot$ sind die aussagelogischen Relationen XOR und AND.)

Homepage der Vorlesung:
`http://www.math.uni-bonn.de/people/logic/Lectures/SoSe2002/Vorlesung.html`
Newsgroup: `uni-bonn.math.logik`