

## Einführung in die Algebra: Erwartete Vorkenntnisse

1. Abstrakte Definitionen von Gruppen, Körpern und Vektorräumen.
2. Beispiele von Körpern:  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{F}_p = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ .
3. Beispiele von Gruppen:  $\mathfrak{S}_n$ ,  $\mathfrak{A}_n$ , zyklische Gruppen  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ .
4. Beispiele von Ringen:  $\mathbb{Z}$ , Polynomringe  $k[x]$ ,  $k[x_1, \dots, x_n]$ .
5. Eine gewisse Vertrautheit mit Rechnungen in Polynomringen  $k[X]$  (mit  $k$  ein Körper): Polynomdivision mit Rest;  $\lambda \in k$  Nullstelle von  $f(x) \Leftrightarrow (x-\lambda)|f(x)$ ; Zerlegung von Polynomen  $f(x) \in k[x]$  in Linearfaktoren; Ableitung von Polynomen.
6. Symmetrische Gruppe  $\mathfrak{S}_n$ : Gruppe der Permutationen  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix}$ ; Transpositionen  $\tau = (ij)$ , Signum (Vorzeichen) einer Permutation  $\text{sgn}(\sigma)$  (auch als Gruppenhomomorphismus  $\text{sgn}: \mathfrak{S}_n \rightarrow \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ ); gerade und ungerade Permutationen,  $\mathfrak{A}_n = \text{Ker}(\text{sgn})$ ; zyklische Permutationen; Ordnung der Gruppe  $|\mathfrak{S}_n| = n!$ .
7. Vektorräume: über beliebigen Körpern  $K$ ; Dimension  $\dim_K(V)$ ; Unterräume; Basen von Unterräumen; Lineare Hülle von Mengen von Vektoren; Lineare Unabhängigkeit von Vektoren
8. Lineare Abbildungen: Spur und Determinante von Matrizen und Endomorphismen; charakteristisches Polynom; Minimalpolynom; Eigenwerte und Eigenvektoren; Kern und Bild; Homomorphiesatz.
9. Gruppen: Untergruppe; Gruppenhomomorphismus; Kern eines Homomorphismus als Untergruppe, Produkt von Gruppen  $G_1 \times G_2$ , Ordnung  $|G|$  einer Gruppe  $G$ , Ordnung  $\text{ord}(g)$  eines Elementes  $g \in G$ .
10. Komplexe Zahlen:  $z = x + iy$ ;  $e^{2\pi i\varphi}$  mit  $\varphi \in [0, 1)$ .
11. Primfaktorzerlegung natürlicher Zahlen  $n = p_1^{n_1} \cdot \dots \cdot p_k^{n_k}$ ; Teilen mit Rest und Kongruenzrechnen  $a \equiv b \pmod{m}$

### Literatur für die Vorlesung im WS:

Michael Artin *Algebra*. Birkhäuser Advanced Texts

Siegfried Bosch *Algebra*. Springer

Jean-Pierre Tignols *Galois theory of algebraic equations*. World Scientific

---

Diese Vorlesung ist für Lehramts Studenten geeignet. Bitte bekunden Sie Ihr Interesse frühzeitig z.B. durch eine email an [huybrech@math.uni-bonn.de](mailto:huybrech@math.uni-bonn.de). In der ersten Woche des WS werden die Tutorien genutzt, um eventuelle Lücken im Vorwissen zu schließen. Wenn gewünscht, kann noch im SS, z.B. in der Woche 14.7.-18.7., eine nähere Besprechung der Vorkenntnisse erfolgen.