Arbeitsgemeinschaft über p-adische Modulformen

am 30. Januar 1999 in Köln

Im folgenden habe ich ein zweitägiges Programm über p-adische Modulformen skizziert. Zweitägig wird es allerdings nur dann, wenn genügend Interesse besteht, denn bei der letzten AG wurde ja nur ein eintägiges Programm beschlossen. Unter genügend Interesse würde ich verstehen, daß sich mindestens sechs Freiwillige finden. Ansonsten werden eben nur die Teile des ersten Tages behandelt werden. Viele interessanten Anwendungen kämen erst am zweiten Tag dran. Aber mir schien das Programm einfach völlig überfrachtet, wenn man das alles an einem Tag behandeln wollte. Falls genügend Interesse für einen zweiten Termin bestünde, sollte der wohl kurz nach dem ersten stattfinden - was vielleicht nicht so schwierig ist, da ja ab dem 13.2. Semesterferien sind. (Außerdem bietet das Programm leider nicht die neueste und beste Behandlung von p-adischen Modulformen. Aber da ist die Literaturlage etwas dünn, und die Artikel von Coleman [Col1, Col2] erfordern sehr viel Arbeit. Unser Programm orientiert sich im wesentlichen an [Go] und [Ka].)

1. Tag, Grundlagen

1. Vortrag: Klassische Modulformen unter modularem Gesichtspunkt (dieser Vortrag sollte ca 90 Minuten dauern, alle übrigen ca eine Stunde)

Klassisch (?) versteht man unter Modulformen komplexwertige holomorphe Funktionen auf der oberen Halbebene $\mathfrak{h}$, die bezüglich einer Kongruenzuntergruppe Γ von $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$ einer gewissen 'automorphen' Transformationsgleichung genügen (und in den Spitzen gewisse Holomorphie-Eigenschaften erfüllen).

Ein 'bisschen weniger klassisch', aber immer noch auf über $\mathbb{C}$ kann man $\mathfrak{h}/\Gamma$ als Modulraum elliptischer Kurven über $\mathbb{C}$ mit einer Γ-struktur betrachten. Dann lassen sich Modulformen, z.B. zur Stufe N, auf eine der folgenden (äquivalenten) Weisen beschreiben.

- Holomorphe Funktionen f auf $\mathfrak{h}$, die bezüglich $\Gamma(N)$ einer automorphen Transformationsregel genügen.
- 'Holomorphe' Funktionen F auf Gittern $\Lambda \subset \mathbb{C}$, die gewissen Homogenitätsbedingungen genügen.
- Funktionen auf Tripeln $(E, \omega, E[N] \cong (\mathbb{Z}/(N))^2)$, E eine elliptische Kurve über $\mathbb{C}$, ω ein nicht-verschwindendes Differential von E, und $E[N]$ der Gruppe von N-Torsionsgruppe von E, die ebenfalls gewissen Homogenitäts– und Transformationsbedingungen genügen.

Ähnliches gilt für $\Gamma_1(N)$ anstelle von $\Gamma(N)$ und findet sich in [Ka], S. 158/159. Dies sollte kurz geschildert werden.

Die übliche q-Entwicklung an den Spitzen läßt sich mithilfe der Tate-Kurve [Ka, S. 159/161] formulieren, was für die Betrachtung elliptischer Kurven über beliebigen Basen wesentlich ist. Daher sollte die Tate-Kurve kurz wiederholt werden. Außerdem sind die Bemerkungen über Nenner der q-Entwicklungen am Ende das Abschnitts in [Ka] für uns relevant.

Das später so wichtige q-Entwicklungsprinzip läßt sich hier das sehr leicht einsehen. Es besagt, in klassischer Beschreibung, daß zwei Modulfunktionen übereinstimmen, wenn sie an einer der

Spitzen dieselbe q- (also Fourier-)Entwicklung haben. Da es sich um Funktionen auf Riemannschen Flächen handelt, ist dies einfach der Identitätssatz für meromorphe Funktionen.

Nun kommen wir zur Definition von Modulformen über beliebigen Basen, nicht notwendigerweise $\mathbb{C}$. Dies wird eingehend in [Ka, S. 77-96] beschrieben. Hier sollte direkt die Definition für Stufe N gegeben werden (S. 79). Also ist eine Modulform eine Zuordnung die einem Tripel $(E/R, \omega, \alpha_N)$ einen Wert in R zuordnet für alle Ringe R (in ...), wobei E eine elliptische Kurve über R ist, ω ein nicht-verschwindendes Differential in $\Omega_{E/R}$, und $\alpha_N : E[N] \to (\mathbb{Z}/(N))^2_R$ ein Isomorphismus von endlichen flachen Gruppenschemata über Spec$R$. Holomorphie an den Spitzen wird vermittels der Tate-Kurve definiert. In ähnlicher Weise läßt sich $\Gamma_1(N)$ behandeln, siehe [Go, S. 3,4]. Letzteres sollte man vielleicht kurz anschneiden - für spätere Anwendungen.

Mit Tripeln zu arbeiten hat Vor– und Nachteile. Für diese erhält man für beliebiges N ein darstellbares Modulproblem - dessen Modulraum allerdings ein zweidimensionales Schema über der Basis S ist. Für $N \geq 3$ ist auch der Funktor $R \mapsto (E/R, \alpha_N)$ als feiner Modulraum darstellbar, M_N und $\bar{M}_N$ in Katz, siehe [KM, Cor. 4.7.2] (dies gilt auch für $\Gamma_1(N)$, [KM, Thm 5.5.1]). Unter Benutzung dieser Tatsache sollte man nun die zweite modulare Beschreibung von Modulformen geben, [Ka, S. 81-83]. Insbesondere erhält man für ein K wie in [Ka, 1.6] für den Raum der Spitzenformen für $\Gamma(N)$

$$S_k^{class}(N, K) = H^0(\bar{M}_n, \underline{\omega}^{\otimes k} \otimes_{\mathbb{Z}[1/N]} K).$$

Hier sollte man auch den Kodaira-Spencer Isomorphismus angeben ([KM, 10.13.11]).

Von nun an ist $N \geq 3$ immer vorausgesetzt!

Zum Abschluß sollten noch das q-Entwicklungsprinzip, [Ka, Thm 1.6.1, Cor 1.6.2, Cor 1.12.2], und der Basiswechsel [Ka, Thm 1.7.1] diskutiert werden.

2. Vortrag: p-adische Modulformen

Hier sollte zunächst am Beispiel der Hasse-Invariante klar gemacht werden, was Katz im ersten Abschnitt seiner Einleitung schreibt, oder besser gesagt, warum, auch wenn man Modulformen über $\mathbb{F}_p$ betrachtet, diese nicht die Kongruenz-Eigenschaften der q-Entwicklungen wiederspiegeln.

In [Ka, 2.0] wird zunächst gezeigt, dass die Hasse-Invariante A eine Modulform über $\mathbb{F}_p$ darstellt, und in 2.1, daß sie die Reduktion von E_{p-1} ist. Beides sollte erläutert werden. Am Ende von 2.0 wird gezeigt, dass A die q-Entwicklung 1 besitzt. Aber offensichtlich ist A nicht identisch 1, denn A verschwindet ja an den supersingulären Punkten.

Um diesem Dilemma zu entgehen, betrachtet man $\bar{M}_N$ oder M_N über $\mathbb{Z}_p$ und entfernt die supersingulären Punkte - zusammen mit einer p-adischen Kreisscheibe vom Radius r um sie herum. Um dies sauber auszuführen, wie eben beschrieben, müßte man nun rigide Analysis einführen und würde, nach dem Entfernen dieser Scheiben, einen affinoiden Raum erhalten, dessen Reduktion modulo p gerade einer der obigen Modulräume über $\mathbb{F}_p$ nach entfernen der supersingulären Punkte ist. Dies ist Colemans Sichtweise, [Col1, Col2]. Katz' Idee, dies zu umgehen, ist die folgende (und dies ist, was in Kapitel 2 von [Ka] ausgeführt ist):

Die Modulform $E_{p-1} \in \underline{\omega}^{p-1}$ modulo p hat einfache Nullstellen, welche gerade die supersingulären Punkte sind (eine nicht-konstante Funktion auf einer Kurve hat nur endlich viele Nullstellen). Nach dem Henselschen Lemma gibt es also korrespondierende Nullstellen über $\mathbb{Z}_p$

(genauer dem Ring der ganzen algebraischen Zahlen über $\mathbb{Z}_p$). Also beschreibt die Bedingung $|E_{p-1}| < |r|$, wobei $|.|$ die p-adische Norm auf $\bar{\mathbb{Q}}_p$ und $r \in \mathbb{Z}_p$ ist, eine Menge disjunkter Kreisscheiben (bis auf p-adische Isomorphie) um die oben definierten Nullstellen über $\mathbb{Z}_p$. Und somit gibt die Bedingung $|E_{p-1}| \geq |r|$ einen affinoiden Unterraum der Rigidifizierung von $\bar{M}_N$, der im wesentlichen isomorph zu dem weiter oben beschriebenen ist. Katz umgeht die rigide Analysis völlig, indem er die Funktion Y in der Definition von p-adischen Modulformen [Ka, Def. 2.2.1-2.2.3] (oder alternativ in 2.2.4-2.2.7) einführt. Dies sollte der Ausgangspunkt der Definition p-adischer Modulformen sein. (Nach kurzer Erläuterung obiger Idee.)

Ich fände es am besten, wenn man nun die Resultate aus [Go, I.2] erzählen würde, allerdings in der von Katz betrachteten Situation. Zugegeben, das ist genau, was in Katz steht, aber ich finde es in [Go] besser aufgeschrieben. Falls man etwas beweisen will, findet sich das natürlich in [Ka, I.2]. Auf alle Fälle sollte aber die Notation von Gouvêa benutzt werden, also F (Gouvêa) anstelle von M (Katz) und M (Gouvêa) anstelle von S (Katz). F bezeichnet dann den Raum der (p-adischen) Modulfunktionen, M den Raum der (p-adischen) Modulformen und S, den Raum der Spitzenformen. Man sollte zuerst die direkte Beschreibung von p-adischen Modulformen geben (zumindest für den Fall, daß p nilpotent ist), und dann die Beschreibung mithilfe einer Basis von A^{rigid}. Insbesondere ergibt dies eine Beschreibung von $M(B, k, N, r)$ als Unterraum von $M(B, k, N, 1)$ und die Vollstetigkeit (Kompaktheit) der Inklusion zweier solcher Räume für $r_1|r_2$.

Ausserdem sollte man noch das q-Entwicklungsprinzip formulieren, I.2.10 in [Go] und als Korollar I.2.11 angeben, sowie den Zusammenhang zwischen $M(B, k, N, 1)$ und Limites von klassischen Modulformen à la Serre beschreiben. Wenn man sich nur für Kongruenzen von q-Entwicklungen interessiert, zeigt dies insbesondere, daß, man mit $r = 1$ (d.h., r ist eine Einheit) arbeiten muß. (Daß Radien r mit $|r| < 1$ durchaus von großer Bedeutung sind, wird bereits in [Ka] klar. Besonders deutlich wird dies in Coleman's Arbeiten, [Col1, Col2].)

3. Vortrag: Verallgemeinerte p-adische Modulformen

Motivation für die Definition noch allgemeinerer p-adischer Modulformen ist der Wunsch, auch q-Entwicklungen von Modulformen zu verschiedenen Gewichten vergleichen zu können. Z.B. lassen sich Serres Modulformen zu Gewicht $\chi \in \mathbb{Z}_p$ gut in diesem Bild erklären. Aber man hat nun auch Formen wie $(E_{p-1} - 1)/p$ im Ring der verallgemeinerten p-adischen Modulformen und allgemeiner $p^{-n} \sum f_i$, sofern die q-Entwicklung von $\sum f_i$ kongruent zu Null modulo p^n ist.

Hier folgen wir ausschließlich [Go]. Dies erfordert allerdings, daß am Anfang die Definition einer arithmetischen Niveau Np^ν-Struktur erklärt wird, sowie die Modulschemata auf Seite 4 von [Go] und der Begriff einer Trivialisation von E, [Go, I.1]. Es sollte zumindest erwähnt werden, daß ein Unterschied zwischen arithmetischer Niveau Np^ν-Struktur und $\Gamma_1(Np^\nu)$-Struktur besteht für $\nu > 0$. (Im Fall $N = 1$ und $\nu = 1$ heißt arithmetisch ja, daß man wirklich einen p-Torsionspunkt hat und nicht nur ein zyklisches endliches flaches Unterschema von $E[p]$! Ersteres schließt supersinguläre elliptische Kurven aus, letzteres nicht.)

Dann sollten I.3.1-I.3.4 erläutert werden, bis Mitte Seite 22. Vielleicht sollte man $\mathbf{W}$ zunächst so erklären wie auf Seite 15, und dann die Interpretation als universeller Ring geben. Für eine Interpretation der $\mathbf{W}_{n,m}$ (und der $\mathbf{V}_{n,m}$) ist die Bemerkung im zweiten Absatz von Seite 16 hilfreich (die auch für das kleinere Schema $\mathcal{M}^0 \otimes \mathbb{Z}/(p^n)$ gilt).

Ob man dem Zuhörer direkt nach der Definition erklärt, warum dies eine Verallgemeinerung des bisherigen ergibt, oder ihn um ein bisschen Geduld bittet, ist Geschmacksache. Meine spontane Reaktion war ersteres zu tun, aber inzwischen tendiere ich eher zu zweiterem, also der Abfolge in Gouvêa.

Bei den q-Entwicklungssätzen sollte man sich kurz fassen (einfach angeben). Die Definition der Diamant-Operatoren sollte man ein wenig erklären. Proposition I.3.3. würde uns für den Fall $\mathbf{V}_{1,1}$ genügen. Die Gewichte definiert man vor allem im Hinblick auf die Propositionen I.3.4. und I.3.5, die insofern interessant sind, als daß sie Serres Theorie in die von Katz einbetten.

Auf alle Fälle sollte erklärt werden, wie die klassischen und p-adischen Modulformen im Raum der verallgemeinerten p-adischen Modulformen liegen, und wie es sich mit den Gewichten verhält. Daß dies auch für Spitzenformen klappt ist dann eigentlich klar. (Aus Zeitgründen kann man vielleicht auch die Bemerkungen von Mitte S. 21 bis Mitte S. 22 schenken.)

Wenn man noch Zeit hat, oder den Zusammenhang zu der von Serre gegebenen Definitionen von p-adischen Modulformen vertiefen will, kann man auch noch I.3.7 behandeln.

4. Vortrag: Dividierte Kongruenzen, Hecke-Operatoren und Dualitätssätze

Zunächst sollen die Moduln der dividierten Kongruenzen definiert werden. Sie sind in Termen von "klassischen" Modulformen definiert und ihre zunächst wesentliche Eigenschaft ist, daß sie in $\mathbf{V}$, definiert im 3. Vortrag, dicht liegen. Ein wesentlicher Schritt in dem Beweis dieser Eigenschaft ist eine Beschreibung mod p Modulformen, wie sie auch von Serre und Swinnerton-Dyer gefunden wurde. Dies ist I.3.6 in [Go]. Ob man etwas zum Beweis von I.3.9 oder I.3.7 sagt, ist (wie üblich) dem Vortragenden überlassen...

Als nächstes sollen die Hecke-Operatoren, direkt für $\mathbf{V}$, definiert werden. Dies ist ganz gut in II.1 in [Go] dargestellt. Dabei sollte man am Ende vier p-adisch vollständige Hecke-Algebren und drei klassische definiert haben. Von letzteren wird eine, $h_k(B, Np^\nu)$, aber leider erst in III.1. definiert.

Abschließend sollte man die Dualitätssätze von III.1.2 und III.1.3 darstellen. Eine Beschränkung auf den Fall von Spitzenformen ist völlig ausreichend.

2. Tag, Anwendungen

Hier sollen verschiedene Folgerungen aus den Resultaten des ersten Tages abgeleitet werden.

5. Vortrag: Der Gauß-Manin Zusammenhang und Katz' θ (Serres ∂)-Operator

Dies ist im wesentlichen Katz, Anhang A1.2-A1.4, S. 161-172. Aber man kann die Resultate über den θ-Operator auch mit dem Abschnitt über Twisten, [Go, III.6], erhalten.

Mit dem Zugang in Katz erhält man insbesondere die Transformationsgleichung von Ramanujans P-Funktion und den Satz von Serre, daß einer Modulform f vom Gewicht k auch die Ausdrücke $\theta(f) - kfP/12$ und $f\frac{P^2-12\theta P}{144}$ Modulformen sind, sofern 6 über dem Grundring invertierbar ist.

Zunächst vergleicht man $H^1_{dR}(E/R)$ mit $\omega_{E/R}$ und erhält, falls 6 invertierbar ist, den Isomorphismus $\oplus_{0\leq i\leq k}\omega_{E/R}^{k-2i} \cong \mathrm{Sym}^k(H^1_{dR}(E/R))$. Über $\mathbb{C}$ stellt $H^1_{dR}(E/R)$ ein zweidimensionales Vektorbündel über der oberen Halbebene dar. Auf diesem definieren die Gleichungen A1.3.2 einen Zusammenhang Δ_τ (oder eine horizontale Ableitung). (Vielleicht sollte man diesen Begriff kurz erklären.)

Nach Wahl von expliziten Basen wird vermittels dieses Zusammenhangs zunächst die Funktionalgleichung von P hergeleitet, A1.3.12.2. Anschließend wird der Zusammenhang auf der Tate-Kurve berechnet. Des weiteren induziert er eine Abbildung $\gamma : \Omega^1 \to \omega_{E/R}^{\otimes 2}$, A1.3.17. Auf den affinen Modulräumen M_N ist γ ein Isomorphismus. Auf der Tate-Kurve wird γ explizit ausgerechnet, und damit wird im wesentlichen Ω^1 in den Spitzen mit der Fortsetzung von $\omega^{\otimes 2}$ verglichen.

In A1.4 wird dann Δ_τ benützt, um das oben erwähnte Resultat von Serre und Swinnerton-Dyer herzuleiten - und noch einige andere. Nimmt man noch hin, daß P eine p-adische Modulform ([Ka, A2.4]) und auch eine modulo p ist, so folgt, daß θ ($= q\frac{d}{dq}$ auf den q-Entwicklungen) ein Operator auf mod p und p-adischen Modulformen ist. Zur Abwechslung könnte man dies mal beweisen.

Es wäre nun noch schön, wenn man den alternativen Zugang zu θ via Twisten erläutert, vgl. [Go, III.6.2]. Man kann vielleicht direkt mit der Definition von $\mu(a,n)$ beginnen. (Um zu zeigen, daß $\mathbf{V}$ durch $\mu(a,n)$ in sich abgebildet wird, benötigt man außer dem q-Entwicklungsprinzip explizit die Beschreibung $\mathbf{V} = \varprojlim \varinjlim \mathbf{V}_{n,m}$.) Man kann dann direkt III.6.6 bringen und III.6.3 als Spezialfall erwähnen. Wesentlich ist Lemma III.6.7, welches aber ziemlich leicht ist. Die Korollare sind ebenfalls einfach. Es würde genügen das zweite zu behandeln und dann den Spezialfall $\alpha = \mathrm{Id}$ zu erwähnen, welcher ja gerade θ ergibt.

6. Vortrag: Der U-operator, überkonvergente Formen und Endlichkeitssätze

Dies ist eine Zusammenfassung von II.2. und II.3 in [Go], wobei die Beweise im wesentlichen wieder in [Ka, Kap. 3] zu finden sind.

Zunächst definiert man den Frobenius-Operator auf $M(B,k,N,1)$. was elementar ist. Dann stellt man sich die Frage, ob dies auch für Nichteinheiten $r \in \bar{\mathbb{Z}}_p$ geht, zumindest, falls r 'nahe bei 1' liegt (die Bewertung liegt nahe bei Null, ist aber positiv), d.h., ob man irgendetwas über überkonvergente p-adische Modulformen (Definition!) sagen kann. Um dies zu zeigen muß man ziemlich hart arbeiten. Dies sind die Theoreme II.2.2 und II.2.4. Der Beweis findet sich in [Ka, 3.1-3.9]. Auch die Bemerkung nach Korollar II.2.8 ist erwähnenswert (wenn überhaupt, sollte man nicht viel zum Beweis des Korollars sagen). Schließlich benötigt man noch II.2.9 für die Definition des U-Operators, II.3.1, die dann einfach folgt.

Die Korollare II.3.3, 3.7, 3.8 und das Lemma 3.4 sollten, als wesentliche Eigenschaften des U-operators, behandelt werden. Die Tiefe dieser Ausführungen bleibt dem Vortragenden überlassen.

Das Beispiel auf Seite 52 unten erklärt zusammen mit der Proposition II.3.15, warum man sich für überkonvergente Modulformen interessiert. Im überkonvergenten Fall hat man 'Kompaktheit' und daher eine gute Spektraltheorie, im Fall $r = 1$ treten jedoch Eigenwerte mit unendlicher Vielfachheit auf. Eine Verschärfung von II.3.15 ist II.3.20.

Reicht obiges Material nicht aus, so könnte man hier auch noch über die Resultate von Coleman referieren, [Col1, Col2].

7. Vortrag: p-adische Darstellungen und Kongruenzen von Modulformen - die Nenner der Eisensteinreihen

Ziel dieses Vortrages sind einige Resultate von Serre über Kongruenzen von Modulformen, insbesondere die Tatsache, daß man wie im Fall des Clausen-von Staudt Satzes hohe Kongruenzen der Gewichte von Modulformen erwarten kann, wenn ihre q-Entwicklungen kongruent bezüglich hoher p-Potenzen sind. Als Konsequenz erhält man Abschätzungen für die Nenner der Eisensteinreihen und damit der Bernoulli-Zahlen, die sogar optimal sind. Dies ist in [Ka, S. 142-153] gut beschrieben. Das erste Resultat hier, Proposition 4.1.1 ist eher technisch, aber nicht schwierig, und sollte vielleicht einfach zitiert werden, ebenso wie die Bemerkungen danach, sofern sie im weiteren gebraucht werden.

Aus 4.2 sollte man ebenfalls vor allem die Begriffe und Resultate erklären, ohne sie wirklich zu beweisen. In 4.3 und 4.4. wäre es ganz schön, einige der Beweise zu sehen. Außerdem könnte man die Optimalität der Schranke in 4.4.3 explizit an Beispielen und/oder allgemein erläutern.

Natürlich gäbe es auch die Möglichkeit, Serres Ergebnisse über p-adische Eigenschaften der Werte der Funktion ζ_K, K ein Zahlkörper, hier zu erwähnen, die eine Verallgemeinerung des von Clausen- Staudt Theorems sind, [Ser, S. 156-158 u. 175-177]. Obige Schranken für Bernoulli-Zahlen sind ja eher klassisch und wohl-bekannt (?).

8. Vortrag: p-adische Galoisdarstellungen, Familien und universelle Familien

Das Ziel hier ist die Konstruktion von Galoisdarstellungen zu verallgemeinerten p-adischen Modulformen, die Konstruktion von Familien solcher Darstellungen, sowie einer universellen solchen Darstellung zu einer gegeben mod p Darstellung.

Obwohl es sich vor allem um eine bequeme Sprechweise handelt (oder gerade deswegen), sollte zunächst der Begriff einer Familie von Modulformen (mit Beispielen) erläutert werden, ebenso wie die Feinheiten dieser Begriffsbildung, daß nämlich eine Familie im allgemeinen eben gerade keine Modulform über der Basis der Familie darstellt. Dies ist [Go, III.2].

In III.4.1 wird der Funktor F untersucht werden, der einem Ring A die Deformationen einer gegebenen Restklassenform zu diesem Ring A zuordnet. Dazu müssen die Begriffe Katz Eigenform, Restklassen Eigenform und Deformation einer solchen aus III.4 definiert werden. Die Darstellbarkeit von F ist einfach. Das einzige, was es zu beachten gilt ist, dass man über $W(k)$ und nicht $\mathbb{Z}_p$ arbeitet.

Für Galoisdarstellungen wesentlicher ist der Funktor aus III.4.2, der Deformationen einer Restklassenform außerhalb von Np beschreibt. Dafür benötigt man dieselben Begriffe wie eben, nur mit dem Zusatz "außerhalb von Np". Die Darstellbarkeit dieses Funktors ist der Inhalt von III.4.8 und III.4.9. Der darstellende Ring wird direkt aus der p-adischen Hecke-Algebra $\mathbf{T}_0^*$ definiert.

Um die Galoisdarstellungen zu konstruieren verwendet man natürlich die klassische Konstruktion, die einer klassischen Modulform eine p-adische Galoisdarstellung zuordnet, III.5.1. Außerdem benötigt man noch ein Resultat über Lifts von Eigenformen, III.5.3. Nun benützt man ein Ergebnis von Mazur, III.5.5, das wieder auf einem Satz von Carayol/Serre beruht, um endliche Familien von Galoisdarstellungen mit derselben Restklassendarstellung zu einer einzigen zu verkleben, was in Theorem III.5.6. resultiert und die natürliche Verallgemeinerung von III.5.1 darstellt. (Dies benützt außerdem die Theorie von Atkin und Lehner, III.4.3.) Die beiden Korollare sollten ebenfalls behandelt werden.

Literatur

[Col1] R. Coleman, *Classical and overconvergent modular forms*, Invent. Math. 124 **(1996)**, 215–241.

[Col2] R. Coleman, *P-adic Banach spaces and families of modular forms*, Invent. Math. 127 **(1997)**, 417–479.

[Go] F. Gouvêa, "Arithmetic of p-adic modular forms" LNM 1304, Springer Verlag.

[Ka] N. Katz, *p-adic properties of modular schemes and modular forms* in "modular functions of one complex variable", LNM 350, p. 69–122, Springer Verlag.

[KM] N. Katz and B. Mazur, "Arithmetic Moduli of Elliptic Curves", Annals of Math Studies 108, Princeton University Press.

[Ser] J.-P. Serre, "Œvres (Collected Papers)", Vol. III, Springer Verlag.