Komplexe algebraische Flächen

In diesem Workshop wollen wir die Klassifizierung algebraischer Flächen über den komplexen Zahlen behandeln. Wir richten uns nach dem Buch von Beauville. Alle Referenzen beziehen sich auf die erste Auflage der englishcen Version: A. Beauville, Complex Algebraic Surfaces, Cambridge University Press, 1983, die im wesentlichen mit dem französischen Text (Surfaces algébriques complexes, Astérisque 54) übereinstimmt.

Wir beginnen mit einem ganz kurzen Wiederholungsvortrag, in dem die wesentlichen Begriffe aus den ersten beiden Kapiteln angegeben werden. Wer mit diesen Begriffen noch nicht vertraut ist, tut vermutlich gut daran, sich diese Sachen vorher schon einmal selbst anzuschauen.

Einige der Sachen, die wir behandeln, finden sich auch im letzten Kapitel von Hartshornes Buch. Interessant ist auch der Artikel *Chapters on Algebraic Surfaces* von Miles Reid, der auf dem Duke-Server unter alg-geom/9602006 zu finden ist.

1. Vortrag

Der Satz von Riemann-Roch; birationale Abbildungen (30 min.)

In diesem Vortrag sollen die wesentlichen Definitionen und Ergebnisse aus den ersten beiden Kapiteln 'wiederholt' werden. Von den Beweisen sollen allerhöchstens Skizzen gegeben werden.

- Die Picard-Gruppe und die Schnittpaarung
- Der Satz von Riemann-Roch
- Die Begriffe 'Aufblasung', 'rationale Abbildung' und 'Linearsystem' setzen wir als bekannt voraus.
- Theorem II.11: Jeder birationale Morphismus von Flächen ist eine Komposition von Aufblasungen
- Die Bemerkung nach II.16 über das Klassifizierungsproblem
- Theorem II.17: Castelnuovos Kontrahierbarkeitskriterium

2. Vortrag

Regelflächen, Teil 1 (45 min.)

In diesem Vortrag soll Kapitel III behandelt werden. Die wesentlichen Punkte sind

- Definition von Regelflächen
- Theorem III.4: Der Satz von Noether-Enriques
- Theorem III.10: Minimale Modelle von nicht-rationalen Regelflächen
- Vektorbündel vom Rang 2 über einer Kurve
- Numerische Invarianten

3. Vortrag

Regelflächen, Teil 2 (45 min.)

Wir lassen das vierte Kapitel aus und kommen jetzt zum Kapitel V.

- Theorem V.1 von Castelnuovo, Anwendungen
- Die Albanese-Varietät (V.11 – V.18; hier kann sicher einiges gekürzt werden)
- Theorem V.19 (über minimale Modelle von Nicht-Regelflächen)

4. Vortrag

Flächen mit $p_g = 0$, $q \geq 1$ (60 min.)

Dieser Vortrag behandelt Kapitel VI, in dem Flächen mit numerischen Invarianten wie im Titel klassifiziert werden.

- minimal und $K^2 < 0 \Longrightarrow$ Regelfläche (VI.1 – VI. 5)
- $p_g = 0$, $q = 1$, $K^2 = 0$ (VI.6 – VI.9)
- Produkte von Kurven und Quotienten (VI.10 – VI.20)

5. Vortrag

Die Kodaira-Dimension; Flächen mit Kodaira-Dimension 0 (60 min.)

Zum Schluß definieren wir die Kodaira-Dimension (Kapitel VII). Danach sollen Flächen mit Kodaira-Dimension 0 (Kapitel VIII) beziehungsweise 1 (Kapitel IX) untersucht werden. In der zur Verfügung stehenden Zeit können wohl kaum beide Fälle ausührlich behandelt werden — es bleibt dem Vortragenden überlassen, sich interessante Punkte herauszusuchen.