Projektivität der Modulräume stabiler Kurven

In diesem Workshop wollen wir uns mit den Modulräumen stabiler Kurven beschäftigen. Nach einem einführenden Vortrag geht es um den Beweis, daß diese groben Modulräume projektiv sind. Wir hoffen, daß so sowohl die, die vorher noch nichts vom Modulraum der Kurven gehört haben, als auch die, die sich damit schon etwas beschäftigt haben, etwas Neues lernen können.

Auf den Modulräumen stabiler Kurven gibt es natürliche („tautologische") Klassen. Ziel ist (über $\mathbb{C}$) zu sehen, daß eine dieser Klassen ampel ist. Die Angaben beziehen sich auf eine Vorversion des Buches „Geometry of Algebraic Curves II" von Arbarello-Cornalba-Griffiths-Harris-Morrison, die bei Franziska erhältlich ist. Um zum Beispiel herauszufinden, was ψ ist, und einen Eindruck zu gewinnen, ist der entsprechende Artikel „On the projectivity of the moduli spaces of curves" von Cornalba in J. reine angew. Math. 443 (1993) nützlich. Man kann auch in den Artikel „Stability of projective varieties" von Mumford in Enseign. Math. (2) 23 (1977) gucken. Weitere Referenzen findet man in „Moduli of Curves" von Harris-Morrison (GTM 187).

1. Vortrag

Einführung (60 min.)

Hier kann nicht viel bewiesen werden – vielleicht kann man kurz etwas zur Konstruktion der Modulräume sagen. Man kann zusätzlich in die beigefügten Aufzeichnungen schauen, oder in „Alterations and resolutions of singularities" von Abramowitsch-Oort (math.AG/9806100), in das Buch von Harris und Morrison, für die tautologischen Klassen in den Artikel „Towards an enumerative geometry of the moduli space of curves" von Mumford in Arithmetic and Geometry (Herausgeber M. Artin, J. Tate), Band 2, Birkhäuser (1983) und in den Artikel „Combinatorial and algebro-geometric cohomology classes on the moduli spaces of curves" von Arbarello-Cornalba in J. Algebraic Geometry 5 (1996) für den punktierten Fall.

- Stabile Kurven, Familien, (relativ) dualisierende Garbe
- Hilbertschema
- (Grober) Modulraum punktierter stabiler Kurven
- ist eigentlich
- $\overline{M}_{1,1}$, $\overline{M}_{0,4}$
- Abbildungen zwischen Modulräumen (Punkte vergessen, zusammenkleben)
- endliche Überlagerung mit tautologischer Familie

- tautologische Klassen, vor allem die Divisorenklassen, auch im punktierten Fall
- $\kappa_1 = 12\lambda_1 - \delta + \psi$ grob erklären (reicht vielleicht für $n = 0$)

2. Vortrag

Geometrische Invariantentheorie (30 min.)

Hier soll im wesentlichen 14.1 behandelt werden, d. h. die Begriffe semistabil und stabil und das Stabilitätskriterium.

3. Vortrag

Invariantentheoretische Stabilität glatter Kurven (45 min)

Lineare Stabilität; Satz 2.2 aus 14.2 (und die vorangehenden Bemerkungen) – eigentlich also der gesamte Abschnitt.

4. Vortrag

Numerische Ungleichungen für Familien stabiler Kurven (60 min)

Aus 14.3 werden im letzten Vortrag 3.2 bis 3.4, 3.19. und Bemerkung 3.22 benötigt. Ein Beweis von 3.15 wird nachgereicht, dieses Ergebnis darf benutzt werden.

5. Vortrag

Die Klasse κ_1 ist ampel (55 min.)

Aus 14.4 in jedem Fall 4.7 und der versprochene Beweis von 3.15. Das Seshadrikriterium findet man zum Beispiel in Hartshorne, „Ample Subvarieties of Algebraic Varieties“, LNM 156.