Workshop über "Torische Einbettungen"

25. 2. 89 in Köln und am 14. 3. 98 in Bonn
(zweiter Teil)

Der zweite Teil des Workshops, in dem es um die torische Kompaktifizierung lokal symmetrischer Räume am Beispiel des Siegelschen Halbraumes gehen soll, orientiert sich im wesentlichen an dem dritten Kapitel der Originalquelle [SC]. Alle Seitenangaben beziehen sich im folgenden auf [SC]. Nützlich ist sicherlich auch der Überblick [Mu] von Mumford und evtl. sogar [Na].

6. Vortrag: Geometrie, Wurzeln und Randkomponenten I.
(i) Geometrie: Es sollen zunächst die folgenden Beschreibungen des Siegelschen Halbraums und der Operation der symplektischen Gruppe eingeführt werden: Es sei $W = \mathbb{R}^{2n}$ und $W_{\mathbb{C}} = W \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$ mit der symplektischen Form $\langle w_1, w_2\rangle = {}^t w_1 J w_2$, $J = \left(\begin{smallmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & 0\end{smallmatrix}\right)$, sowie

$$\begin{aligned} D = D_n &= \left\{ z \in \mathbb{C}^{(n,n)}_{\mathrm{sym}} \;\middle|\; \mathrm{Im}(z) > 0 \right\} \\ &= \left\{ \xi \in \mathbb{C}^{(n,n)}_{\mathrm{sym}} \;\middle|\; \mathbf{1} - \bar{\xi}\xi > 0 \right\} \\ &= \left\{ \lambda \subset W_{\mathbb{C}} \;\middle|\; \lambda \text{ maximal total isotrop, } i\langle \bar{x}, x\rangle > 0 \text{ für } 0 \neq x \in \lambda \right\} \\ X = X_n &= \left\{ \lambda \subset W_{\mathbb{C}} \;\middle|\; \lambda \text{ maximal total isotrop} \right\} \\ &= \left\{ w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{(2n,n)} \;\middle|\; \mathrm{Rang}(w) = n,\ {}^t w_1 w_2 \text{ symmetrisch} \right\} / \mathrm{GL}(n, \mathbb{C}), \end{aligned}$$

wobei die einzelnen Beschreibungen folgendermaßen auseinander hervorgehen:

$$\lambda = \begin{pmatrix} z \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} \mathbb{C}^n \quad \text{bzw.} \quad \lambda = [w]\mathbb{C}^n = w\mathbb{C}^n, \quad \xi = i(z - i\mathbf{1})(z + i\mathbf{1})^{-1},$$

wenn $[w]$ die Klasse von w in X bezeichnet. Folglich liegt D offen in X und X abgeschlossen in der Grassmannvarietät aller n-dimensionalen Unterräume von $W_{\mathbb{C}}$, ist also insbesondere kompakt. Auf X operiert $G_{\mathbb{C}} = \mathrm{PSp}(W_{\mathbb{C}}) = \mathrm{PSp}(n, \mathbb{C})$ transitiv in natürlicher Weise und D ist invariant unter $G = \mathrm{PSp}(W) = \mathrm{PSp}(n, \mathbb{R})$, was gerade die übliche Operation liefert, d.h.

$$G \times D \to D, \quad \left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, z \right) \mapsto g\langle z \rangle = (az + b)(cz + d)^{-1}.$$

Diese Operation ist wieder transitiv und jeder biholomorphe Automorphismus von D ist von dieser Form mit eindeutig bestimmtem g. Als Ursprung in D wählen wir stets $\mathbf{o} = i\mathbf{1}$; dann ist

$$\begin{aligned} K = \mathrm{Stab}_G(\mathbf{o}) &= \mathrm{Ad}(c) \left\{ \begin{pmatrix} v & 0 \\ 0 & \bar{v} \end{pmatrix} \;\middle|\; v \in \mathrm{U}(n)/\{\pm \mathbf{1}\} \right\} \\ c &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & i\mathbf{1} \\ i\mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \in G_{\mathbb{C}}. \end{aligned}$$

Man beachte, daß die Abbildung $\xi \mapsto z$ durch die Matrix c beschrieben wird. In dieser Sprache beweise man nun Theorem 1, S. 170. Die wichtigsten der dort vorkommenden Größen sind dann z.B.

$$\begin{aligned} &\sigma = \mathrm{Ad}(J), \\ &\mathfrak{g} = \mathrm{Lie}(G) = \left\{ X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & -{}^t x_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(2n,2n)} \;\middle|\; x_2, x_3 \text{ symmetrisch} \right\}, \\ &\mathfrak{k} = \mathrm{Lie}(K) = \mathrm{Ad}(c) \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & -{}^t a \end{pmatrix} \;\middle|\; {}^t\bar{a} + a = 0 \right\}, \end{aligned}$$

$$\mathfrak{p} = \mathrm{Ad}(c)\left\{ \begin{pmatrix} 0 & x \\ \bar{x} & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, x \in \mathbb{C}^{(n,n)}_{sym} \right\},$$

$$u_o\colon \mathrm{U}(1) \to G, \quad \nu \mapsto \mathrm{Ad}(c)\begin{pmatrix} \nu^{1/2}\mathbf{1} & 0 \\ 0 & \nu^{-1/2}\mathbf{1} \end{pmatrix},$$

$$\mathfrak{p}_+ = \mathrm{Ad}(c)\left\{ \begin{pmatrix} 0 & x \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, x \in \mathbb{C}^{(n,n)}_{sym} \right\},$$

$$\mathfrak{p}_- = \mathrm{Ad}(c)\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ y & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, y \in \mathbb{C}^{(n,n)}_{sym} \right\}.$$

(ii) Wurzeln (S. 175–181): Wir nehmen

$$\begin{aligned}
\mathfrak{t} &= \mathrm{Ad}(c)\left\{ \begin{pmatrix} id & 0 \\ 0 & -id \end{pmatrix} \,\middle|\, d \text{ reell und diagonal} \right\}, \\
\mathfrak{t}_{\mathbb{C}} &= \mathrm{Ad}(c)\left\{ \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & -d \end{pmatrix} \,\middle|\, d \text{ komplex und diagonal} \right\}, \\
\Psi &= \text{Wurzeln von } \mathfrak{g}_{\mathbb{C}} \text{ bzgl. } \mathfrak{t}_{\mathbb{C}} \\
&= \left\{ \pm(\alpha_\nu - \alpha_\mu) \,\middle|\, 1 \le \nu < \mu \le n \right\} \cup \left\{ \pm(\alpha_\nu + \alpha_\mu) \,\middle|\, 1 \le \nu \le \mu \le n \right\},
\end{aligned}$$

wobei der erste Teil gerade Ψ_K und der zweite Teil Ψ_P ist, und das Vorzeichen $\Psi_K^{\pm}$ bzw. $\Psi_P^{\pm}$ festlegt. α_i ist natürlich die Projektion auf die i-te Koordinate von d. Dann ist z.B. $\mathfrak{p}_+ = \sum_{\alpha\in\Psi_P^+} \mathfrak{g}^\alpha$ wie es sein soll, und als maximale Menge stark orthogonaler Wurzeln bekommt man $\{2\alpha_1, \dots, 2\alpha_n\}$. Berechnet man alle h_α, e_α etc., so bekommt man

$$\begin{aligned}
\mathfrak{a} &= \left\{ \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & -d \end{pmatrix} \,\middle|\, d \text{ reell und diagonal} \right\} \\
&= \mathrm{Ad}(c)\left\{ \begin{pmatrix} 0 & id \\ -id & 0 \end{pmatrix} \,\middle|\, d \text{ reell und diagonal} \right\}, \\
A &= \left\{ \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & d^{-1} \end{pmatrix} \,\middle|\, d \text{ reell und diagonal mit positiven Einträgen} \right\}.
\end{aligned}$$

Jetzt erläutere man Theorem 2 auf Seite 177; $\varphi\colon \mathrm{U}(1) \times \mathrm{SL}(2,\mathbb{R})^n \to G$ ist hier trivial auf $\mathrm{U}(1)$ und die diagonale Einbettung auf $\mathrm{SL}(2,\mathbb{R})^n$ und entsprechend ist auch $\tilde{\varphi}\colon \mathbf{H}^n \to D$ die diagonale Einbettung. Der Vollständigkeit halber gebe man noch den Satz von Satake auf Seite 180 an.

(iii) Randkomponenten I (S. 194–202): Für uns sei $0 \le m \le n$ und nach Permutation der Einträge etwa $S = \{m+1, \dots, n\}$; dann ist z.B. $\mathfrak{g}_S \simeq \mathrm{sp}(m,\mathbb{R})$ eingebettet in $\mathfrak{g}$ vermöge der ersten m Koordinaten. Beschreibt nun die Abbildung $f_S\colon (\mathbb{P}^1)^{n-m} \times X_m \to X$ explizit in Koordinaten, so erhält man

$$\check{F}_S = \left\{ \left[\begin{pmatrix} w_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \\ \hline w_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \,\middle|\, \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \in X_m \right\},$$

$$F_S = \left\{ \left[\begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \,\middle|\, z \in D_m \right\}.$$

Damit ist die Gleichung $\check{F}_S \cap \bar{D} = \bar{F}$ elementar einzusehen. Man definiere jetzt Randkomponenten und erläutere Theorem 1, S. 199, wobei die Eindeutigkeit des Paares (f_F, φ_F) aus Theorem 2 ohne Beweis mit aufgenommen werden sollte. In unserem Fall ist etwa für $F = F_S$, $S = \{m+1, \dots, n\}$

wie oben,

$$\varphi_F : \mathrm{U}(1) \times \mathrm{SL}(2,\mathbb{R}) \to G, \quad \left(u + iv, \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) \mapsto \left(\begin{array}{cc|cc} u\mathbf{1} & 0 & v\mathbf{1} & 0 \\ 0 & a\mathbf{1} & 0 & b\mathbf{1} \\ \hline -v\mathbf{1} & 0 & u\mathbf{1} & 0 \\ 0 & c\mathbf{1} & 0 & d\mathbf{1} \end{array}\right)$$

$$f_F : \mathbf{H} \to D, \quad z \mapsto \begin{pmatrix} i\mathbf{1} & 0 \\ 0 & z\mathbf{1} \end{pmatrix}.$$

Man sollte auch noch kurz auf Proposition 1, S. 201, eingehen. Interessant wäre vielleicht auch noch die koordinatenfreie Beschreibung der Randkomponenten wie in [Na,Remark 4.5], S. 20, doch hierfür wird wohl die Zeit nicht mehr ausreichen.

7. Vortrag: Randkomponenten II, Formulierung des Hauptsatzes.

(iv) Randkomponenten II (S. 203–205, Theorem 3 auf S. 209, Theorem 1 auf S. 227 und das Korrollar auf S. 231 und deren geometrische Interpretation in §4.3 und §4.4) Es sei F eine Randkomponente von D; der Einfachheit halber nehmen wir immer $F = F_S$, $S = \{m+1,\dots,n\}$. Es sei

$$w_F : \mathbb{G}_m \to G, \quad w_F(t) = \varphi_F\left(1, \begin{pmatrix} t & 0 \\ 0 & 1/t \end{pmatrix}\right) = \left(\begin{array}{cc|cc} \mathbf{1} & 0 & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{0}} \\ 0 & t\mathbf{1} & & \\ \hline \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{0}} & \mathbf{1} & 0 \\ & & 0 & t^{-1}\mathbf{1} \end{array}\right),$$

und dann

- $N(F) = \left\{ g \in G \;\middle|\; g \cdot F = F \right\}$

  $Z(F) = \left\{ g \in G \;\middle|\; g \cdot x = x \text{ für alle } x \in F \right\}$
- $P(w_F) = \left\{ g \in G \;\middle|\; \lim_{t\to 0} w_F(t)\, g\, w_F(t) \text{ existiert} \right\}$

  $W(F) = \left\{ g \in G \;\middle|\; \lim_{t\to 0} w_F(t)\, g\, w_F(t) = \mathbf{1} \right\}$

  $Z(w_F) = \left\{ g \in G \;\middle|\; w_F(t)\, g = g\, w_F(t),\, t \neq 0 \right\}$
- $\mathrm{Lie}(Z(w_F)) =$ Eigenraum von $w_F(t)$ auf $\mathrm{Lie}(N(F))$ zum Eigenwert 1

  $\mathfrak{v}(F) =$ Eigenraum von $w_F(t)$ auf $\mathrm{Lie}(N(F))$ zum Eigenwert t

  $\mathfrak{u}(F) =$ Eigenraum von $w_F(t)$ auf $\mathrm{Lie}(N(F))$ zum Eigenwert t^2,

  $V(F) = \exp(\mathfrak{v}(F))$, $\quad U(F) = \exp(\mathfrak{u}(F))$.

Man berechne diese Gruppen (für $F = F_S$, S wie oben) explizit und beweise dann Lemma 2, S. 205, Theorem 3, S. 209, Proposition 2, S. 214, Theorem 1, S. 227 und das Korollar auf S. 231 (wobei hier in unserem Fall im Grunde fast nichts mehr zu beweisen ist). In unserem Fall gilt für $F = F_S$, $S = \{m+1,\dots,n\}$ wie immer, etwa

$$N(F) = \left\{ g \in G \;\middle|\; g = \left(\begin{array}{cc|cc} * & 0 & \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{*}} \\ * & * & & \\ \hline * & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * \end{array}\right) \right\}$$

$$W(F) = \left\{ g \in G \;\middle|\; g = \left(\begin{array}{cc|cc} \mathbf{1} & 0 & 0 & * \\ * & \mathbf{1} & * & * \\ \hline \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{0}} & \mathbf{1} & * \\ & & 0 & \mathbf{1} \end{array}\right) \right\}$$

$$Z(w_F) = \left\{ g \in G \;\middle|\; g = \left(\begin{array}{cc|cc} * & 0 & * & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 \\ \hline * & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * \end{array}\right) \right\}$$

$$U(F)=\left\{ g\in G \;\middle|\; g=\left(\begin{array}{c|cc} \mathbf{1} & \begin{matrix}0&0\\0&*\end{matrix} \\ \hline 0 & \mathbf{1}\end{array}\right)\right\}$$

Jetzt sollen diese gruppentheoretischen Resultate geometrisch interpretiert werden (§4.3 und §4.4); die Aussagen dieser Paragraphen sind in unserer Situation elementar einzusehen, man sollte sich daher hier relativ kurz fassen. Einige Hilfestellungen: Für $F=F_S$, S wie immer, ist z.B.

$$\begin{aligned} D(F) &= \left\{ \left[\begin{pmatrix} z\\ \mathbf{1}\end{pmatrix}\right] \;\middle|\; z=\begin{pmatrix} z_1 & z_2\\ * & z_4\end{pmatrix}\in\mathbb{C}^{(n,n)}_{\mathrm{sym}} \text{ mit } z_1\in D_m\right\} \\ &\simeq U(F)_{\mathbb{C}}\times V(F)\times F \simeq W(F)\times U(F)\times F\,, \end{aligned}$$

wobei die zweite Isomorphie aus der ersten hervorgeht, indem man $U(F)_{\mathbb{C}}$ in Real- und Imaginärteil zerlegt und $V(F)$ und den Realteil von $U(F)_{\mathbb{C}}$ zu $W(F)$ zusammenfaßt. Explizit werden diese Isomorphismen durch die Zerlegungen

$$\begin{aligned} z &= \begin{pmatrix} z_1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix}\mathbf{1} & -\lambda\\ 0 & \mathbf{1}\end{pmatrix}\right]+\begin{pmatrix} 0 & \mu\\ {}^t\mu & \kappa-\frac12({}^t\mu\lambda+{}^t\lambda\mu)\end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} z_1 & 0\\ 0 & i\,\mathrm{Im}(\kappa)\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix}\mathbf{1} & -\lambda\\ 0 & \mathbf{1}\end{pmatrix}\right]+\begin{pmatrix} 0 & \mu\\ {}^t\mu & \mathrm{Re}(\kappa)-\frac12({}^t\mu\lambda+{}^t\lambda\mu)\end{pmatrix} \\ &\mapsto \big(\kappa,(\lambda,\mu),z_1\big) \text{ bzw. } \big((\lambda,\mu,\mathrm{Re}(\kappa)),\mathrm{Im}(\kappa),z_1\big) \end{aligned}$$

beschrieben, wobei

$$(\lambda,\mu,\kappa)=\exp\left(\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & \mu\\ -{}^t\lambda & 0 & {}^t\mu & \kappa\\ \hline \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{0}} & 0 & \lambda\\ & & 0 & 0\end{array}\right)\right)=\left(\begin{array}{cc|cc} \mathbf{1} & 0 & 0 & \mu\\ -{}^t\lambda & \mathbf{1} & {}^t\mu & \tilde\kappa\\ \hline \multicolumn{2}{c|}{\multirow{2}{*}{0}} & \mathbf{1} & \lambda\\ & & 0 & \mathbf{1}\end{array}\right)$$

mit $\tilde\kappa=\kappa+\frac12({}^t\mu\lambda-{}^t\lambda\mu)$ und $(\lambda,\mu)=(\lambda,\mu,0)$. Bezeichnet ferner $C(F)$ den selbstdualen Kegel in $U(F)$ aus Theorem 1, S. 227, das sind in unserem Fall $F=F_S$ gerade die positiven Matrizen in den symmetrischen, so gilt außerdem

$$D\simeq W(F)\times C(F)\times F$$

vermöge der zweiten Zerlegung oben, und daher

$$D=\left\{ z\in D(F) \;\middle|\; \Phi_F(z)\in C(F)\right\},$$

wenn $\Phi_F\colon D(F)\to U(F)$ die auf S. 235 unten definierte Abbildung, also die kanonische Projektion in der zweiten Zerlegung oben ist. Natürlich sind diese Isomorphismen genau die Isomorphismen (2) auf S. 235 und (1) auf S. 233. Damit sind aber auch die Aussagen über die Faserbündel $D(F)\to D(F)'\to F$ auf S. 237 klar, ja sogar die präziseren Aussagen (i), (ii), (iii) und (iv) auf S. 238 sind sofort einzusehen: Es ist nämlich

$$\begin{aligned} &D(F)\to D(F)'\simeq\mathbb{C}^{(m,n-m)}\times F \quad z=\begin{pmatrix} z_1 & z_2\\ * & z_4\end{pmatrix}\mapsto(z_2,z_1) \\ &D(F)'\to F\,,\quad (z_2,z_1)\mapsto z_1\,, \end{aligned}$$

und dies sind *nicht* die Abbildungen die man aus der gruppentheoretischen Zerlegung bekommt. Die Beschreibung von D in (iv) ist in unserem Fall dann

$$D=\left\{ z=\begin{pmatrix} z_1 & z_2\\ * & z_4\end{pmatrix} \;\middle|\; \mathrm{Im}(z_4)-\mathrm{Im}(z_1)^{-1}[\mathrm{Im}(z_2)]\in C(F)\right\},$$

wobei $a[b] = {}^t bab$. Von §4.4 sollte nur kurz auf die in unserem Fall wieder elementaren Aussagen (i) und (ii) aus Theorem 3, S. 240, eingegangen werden; ferner sollte man noch kurz rationale Randkomponenten definieren (Definition S. 219) und erwähnen, daß die rationalen Randkomponenten genau die Bilder unter $\mathrm{Sp}(n,\mathbb{Q})$ oder sogar $\mathrm{Sp}(n,\mathbb{Z})$ der Standardrandkomponenten F_S sind (vgl. [Na, S. 27f]). Hier legen wir generell $\mathbb{Q}^{2n}$ als $\mathbb{Q}$-Struktur auf W zugrunde.

(v) Formulierung des Hauptsatzes (§5, S. 248–254) Nach Einführung der verwendeten Bezeichnungen und der Definition von $(D/U(F)_{\mathbb{Z}})_{\{\sigma_\alpha\}}$ sollte auf die alternative Beschreibung hiervon auf S. 251 unten eingegangen werden, und zwar etwa folgendermaßen: Wir wissen, daß die Abbildungen

$$\begin{tikzcd} D \subset D(F) \arrow[r, "\Phi_F"] \arrow[d, "\pi_F"'] & U(F) \supset C(F) \\ D(F)' & \end{tikzcd}$$

eine Trivialisierung des $U(F)_{\mathbb{C}}$-Faserbündels $\Phi_F : D(F) \to D(F)'$ in Richtung der imaginären Achse induzieren, d.h. $\Phi_F \times \pi_F : D(F)/U(F) \xrightarrow{\sim} U(F) \times D(F)'$, sowie $D = \Phi_F^{-1}\big(C(F)\big)$. Analoges gilt dann natürlich nach Division durch $U(F)_{\mathbb{Z}}$ für das $T(F)$-Faserbündel, also

$$\begin{tikzcd} U(F)_{\mathbb{Z}}\backslash D \subset U(F)_{\mathbb{Z}}\backslash D(F) \arrow[r, "\Phi_F"] \arrow[d, "\pi'_F"'] & U(F) \supset C(F) \; , \\ D(F)' & \end{tikzcd}$$

$$c\text{-}T(F)\backslash\big(U(F)_{\mathbb{Z}}\backslash D(F)\big) \xrightarrow[\Phi_F\times\pi_F]{\sim} U(F) \times D(F)' ,$$
$$U(F)_{\mathbb{Z}}\backslash D = \Phi_F^{-1}\big(C(F)\big) .$$

Durch Faktorisierung der Inklusion $T(F) \subset T(F)_{\{\sigma_\alpha\}}$ nach der maximal kompakten Untergruppe c-$T(F)$ bekommt das Diagramm

$$\begin{tikzcd} T(F) \arrow[r, hook] \arrow[d, "\mathrm{ord}"'] & T(F)_{\{\sigma_\alpha\}} \arrow[d, "\mathrm{ord}"] \\ U(F) \arrow[r, hook] & U(F)_{\{\sigma_\alpha\}} \end{tikzcd}$$

(vgl. hierzu etwa S. 3–9 oder [O], Proposition 1.8) und erweitert man nun die Faser hiermit, so erhält man

$$(U(F)_{\mathbb{Z}}\backslash D)_{\{\sigma_\alpha\}} \subset \big(U(F)_{\mathbb{Z}}\backslash D(F)\big) \times^{T(F)} T(F)_{\{\sigma_\alpha\}} \xrightarrow{\Phi_F} U(F)_{\{\sigma_\alpha\}} \supset C(F)''$$

und die erste Zeile oben ist hierin enthalten. Ferner gilt wieder

$$c\text{-}T(F)\backslash\Big(\big(U(F)_{\mathbb{Z}}\backslash D(F)\big) \times^{T(F)} T(F)_{\{\sigma_\alpha\}}\Big) \xrightarrow[\Phi_F\times\pi'_F]{\sim} U(F)_{\{\sigma_\alpha\}} \times D(F)' ,$$
$$\big(U(F)_{\mathbb{Z}}\backslash D\big)_{\{\sigma_\alpha\}} = \Phi_F^{-1}\big(C(F)''\big) .$$

Für $F = F_S, S = \{m+1,\dots,n\}$ wie immer, kann man dies einfach erläutern. Anschließend definiere man Γ-zulässige Familen und formuliere den Hauptsatz sowie die Proposition. Die Eindeutigkeitsaussage sollte ebenfalls besprochen werden.

8. Vortrag: Beweis des Hauptsatzes.

Formulierung der Äquivalenzrelation (S. 254–256) und Beweis des Hauptsatzes (§6, S. 257–275, vielleicht auch [Na,S. 58–70]). Falls dann noch Zeit bleibt könnte man auch noch auf die intrinsische Form des Hauptsatzes (§7, S. 276–290) eingehen.

Literatur

[Mu] D. Mumford, *A new approach to compactifying locally symmetric varieties*, Discrete Subgroups of Lie Groups Appl. Moduli, Pap. Bombay Colloq. 1973, 211-224 (1975).

[Na] Y. Namikawa, *Toroidal Compactification of Siegel Spaces*, LNM 812, Springer Verlag.

[O] T. Oda, *Convex Bodies and Algebraic Geometry*, Ergebnisse, Springer Verlag.

[SC] A. Ash et. al., *Smooth Compactification of Locally Symmetric Varieties*, Math Sci Press.