Arbeitsgemeinschaft über
“Automorphe L-Funktionen und Funktorialität”

31. Mai in Münster

Wie letztes mal besprochen, soll es diesmal um Borels [Bo1] Artikel “Automorphic L-Functions” in den Corvallis Proceedings gehen. Wir wollen dabei alles als bekannt vorraussetzen, was wir in früheren Arbeitsgemeinschaften gelernt haben, insbesondere die GL(2)-Theorie und die Klassifikation algebraischer Gruppen. Das Programm gliedert sich in fünf kürzere Vorträge, wobei jeweils max. 50 Minuten zur Verfügung stehen:

1. Vortrag: Die L-Gruppe. Hier soll die L-Gruppe definiert ([Bo1, §1,2]) und sogleich der unverzweigte Fall ([Bo1, §6,7]) behandelt werden. Die hierfür benötigten Dinge über parabolische Untergruppen ([Bo1, §3]) sollte man kurz zitieren.

2. Vortrag: Lokale Langlandskorrespondenz. Dieser Vortrag soll die lokale Langlandskorrespondenz erklären ([Bo1, III]). Allerdings sollte man sich hier nicht zu sehr auf technische Details einlassen, sondern etwa wie folgt vorgehen: Zunächst erkläre man, daß man eine Korrespondenz zwischen admissiblen Darstellungen der Weil-Deligne Gruppe in die L-Gruppe und Darstellungen der Gruppe (so ist das nicht ganz richtig) mit schönen Eigenschaften erwartet ([Bo1, §10.3]). Dann konkretisiere man das an dem Beispiel eines Torus ([Bo1, §9]). Es sollte insbesondere auf den unverzweigten Fall eingegangen werden ([Bo1, §9.5 und 10.4]).

3. Vortrag: Lokale Langlandskorrespondenz, Beispiele. Man treffe eine Auswahl aus der folgenden Liste: GL(n) über einem nicht-archimedischen Körper [Ku, §1+4]; GL($n, \mathbb{R}$) oder GL($n, \mathbb{C}$) ([Kn], insb. §2, 3 und 4), evtl. mit einem Ausblick auf die Langlandsklassifikation für eine beliebige reduktive Gruppe ([Kn, §5]) oder gleich für eine beliebige reduktive Gruppe über einem archimedischen Körper ([Bo1, §11]). Man beachte aber, daß die Forderungen an die lokale Langlandskorrespondenz in [Ku, §4] voraussetzt, daß man den L-Faktor schon kennt, während man doch umgekehrt diese Korrespondenz benutzen möchte um diesen zu definieren (vgl. auch die Bemerkungen von Borel am Ende der Einleitung zu Kapitel III).

4. Vortrag: Lokale L-Faktoren und L-Funktionen. Jetzt sollen die lokalen L-Faktoren definiert und etwas auf die zugrundeliegende Problematik eingegangen werden ([Bo1, §12]). Anschließend definiere man die L-Funktion einer automorphen Darstellung und erkläre in wenigen Worten, wie man ihre Konvergenz beweisen kann ([Bo1, §13, 14.1]). Schließlich sollte man auf den analytischen Charakter dieser automorphen L-Funktionen eingehen und Beispiele besprechen ([Bo1, §14.3ff]).

5. Vortrag: Funktorialität. Hier bleibt natürlich vieles dem Interesse des Vortragenden überlassen. Ich stelle mir vor, daß man zunächst erklärt, was Funktorialität (lokal und global) sein soll und dann Beispiele bespricht (z.B. Base Change, obwohl wir das ja eigentlich schon wissen, s.o.); zur Orientierung dient natürlich [Bo1, Kapitel V], aber auch [La2] kann nützlich sein.

Literatur

Zur Einstimmung ist [Bo2] sehr nützlich. Die Orginalquelle von Langlands, in der diese Fragen zum ersten mal gestellt wurden, ist [La1].

Literatur

[Bo1] A. Borel, *Automorphic L-functions*, in: Corvallis Proceedings (AMS, Symposia in Pure Mathematics 33; Borel, Casselman (Eds.))

[Bo2] A. Borel, *Formes automorphes et séries de Dirichlet* (*d'après R. P. Langlands*), Sém. Bourbaki, LNM 514

[Kn] A. W. Knapp, *Local Langlands correspondence: The archimedean case*, in: Motives Proceedings (AMS, Symposia in Pure Mathematics 55, Part 2; Jannsen et. al. (Eds.))

[Ku] S. S. Kudla, *The local Langlands correspondence: The non-archimedean case*, in: Motives Proceedings (AMS, Symposia in Pure Mathematics 55, Part 2; Jannsen et. al. (Eds.))

[La1] R. P. Langlands, *Problems in the theory of automorphic forms*, Lectures in Modern Analysis and Applications III, LNM 170

[La2] R. P. Langlands, *Where stands functoriality today*, Vortragsmanuskript; kann bei mir angefordert werden.

Nähere Informationen zur Anreise etc. folgen demnächst. Vortragswillige mögen sich bitte bei mir melden. Für Rückfragen stehe ich gerne zur Verfügung.

Joachim Dulinski (duli@mathA.rwth-aachen.de, Tel. 0241/80-4530 und 532717)