Arbeitsgemeinschaft “Das Grothendiecksche Programm einer “anabelschen” Geometrie”

1 Der organisatorische Teil

Wie beim letzten Mal verabredet, findet unser nächste “Arbeitsgemeinschaft” am

Sonnabend, den 18.1.1997, Beginn 10.30 Uhr

im Hörsaal des Mathematischen Institut der Universität Köln im zweiten Obergeschoss statt. Eine Wegbeschreibung (inklusive Lageplan) findet man unter

http://www.mi.uni-koeln.de/mi/Topologie/index.html

Dort sind auch Zeiten angegeben, wie lange man zum mathematischen Institut braucht. Diese sind allerdings extrem knapp und nur unter günstigsten Bedingungen realistisch. Ausserdem ist die Anzahl der Busstationen vom Neumarkt zum Hildegardis-Krankenhaus inkorrekt (es sind fünf oder sechs Stationen).

Wie üblich werden Getraenke gestellt, und Essen muss sich jeder selbst mitbringen. Nach der Veranstaltung gehen wir bei Interesse gemeinsam essen.

Mit vielen Grüßen und der Hoffnung auf rege Beteiligung

Torsten Fimmel

2 Der wissenschaftliche Teil

Vortragsprogramm:

1. Eine Einführung in das Grothendiecksche Programm einer "anabelschen" Geometrie (60-90 Minuten),

2. Ein Überblick über den Stand der Forschung (60-90 Minuten),

3.+4 Der Beweis des 0-dimensionalen Falles über Zahlkörpern (2 mal 60 Minuten).

Anmeldungen für die nachstehend detaillierter beschriebenen Vorträge sind sobald als möglich an mich

tfimmel@mi.uni-koeln.de (Torsten Fimmel)

zu richten. Es wäre günstig, wenn der 3.+4. Vortrag von zwei Leuten gemeinsam vorbereitet werden könnte. Einzelanmeldungen für den 3.+4. Vortrag sind jedoch ebenfalls erwünscht.

Ich würde mich freuen, wenn ich ein geruhsames Weihnachtsfest mit Weihnachtsgeschenken in Form von Vortragsangeboten zu allen vier Vorträgen von Euch bekommen würde.

1. Vortrag

Im ersten Teil des Vortrages sollte eine Definition der (algebraischen) Fundamentalgruppe $\pi_1(X, \bar{x})$ eines Schemas X mit fixiertem geometrischen Basispunkt $\bar{x} \to X$ gegeben werden und grundlegende Eigenschaften gegeben werden. Insbesondere sollte

- die Abhängigkeit der Konstruktion von der Wahl des (geometrischen) Basispunktes analysiert werden,
- der Funktor π_1 konstruiert werden,
- die Relation zwischen $\pi_1(X)$ und $\pi_1(\bar{X})$ aufgezeigt werden, wobei X ein Schema über einem Körper k sei und $\bar{X} = X \otimes_k k^{sep}$ das korrespondierende Schema über dem algebraischen Abschluß bezeichne.
- für die folgenden Spezialfälle die Fundamentalgruppen berechnet werden:

  X ist das Spektrum eines endliche Körpers,

  X das Spektrum eines henselschen lokalen Ringes,

X der n-dimensionale projektive Raum über einem Körper,

X ist eine abelsche Varietät über einem Körper.

Als Literatur sei hier [1], Appendix A I, [2], insbesondere Exp. XI, und [5], I §5 empfohlen.

Sodann versuche man die von A. Grothendieck in [3] gemachten Ausführungen zur "Anabelschen" Geometrie, dem Publikum näherzubringen. Dabei nutze man die obigen Beispiele, um einige nicht "anabelsche" Objekte vorzustellen und weise davon ausgehend auf die Relation zur Vermutung von Lang [4], VIII, §1, Conj. 1.2 hin.

2. Vortrag

In diesem Vortrag sollen die verschiedenen Ergebnisse im Rahmen des Programmes einer "Anabelschen Geometrie", vorgestellt werden und ein Überblick über die verwendeten Beweismethoden gegeben werden. Als Ausgangspunkt scheinen mir die Einleitungen von [13] und [12] geeignet. Es sollten die folgenden Arbeiten betrachtet werden:

1. [14], [8] für globale Körper K und X nulldimensional,
2. [9],[10],[11], [12] für allgemeineres K und X nulldimensional,
3. [13], [6], [7] für K beliebig von endlichem Typ und X eindimensional.

Dabei versuche man, neben einer geeignet geordneten Formulierung der Ergebnisse einige besonders schöne Beweisideen den Zuhörern näher zu bringen und beachte dabei, daß auf die Arbeiten unter Punkt 1. in den nächsten Vorträgen im Detail eingegangen wird.

3. + 4. Vortrag

Ziel dieses Vortrages ist die Vorstellung der Arbeit [8], die (unter Vertauschung zeitlicher Abläufe) eine positive Antwort auf das Programm einer "Anabelschen" Geometrie für den Fall, daß K der Körper der rationalen Zahlen und X von der Dimension Null ist, gibt. Dabei sollte nach Möglichkeit ein vollständiger Beweis des Theorems und seiner Korollare 1-3 gegeben werden. Sollte noch Zeit bleiben, kann auch dieser Beweis mit dem in [14] verknüpft werden, um auch den Fall, daß K der Körper der rationalen Funktionen über einem endlichen Körper (und X nulldimensional) ist, zu erfassen.

Literatur

[1] E. Freitag, R. Kiehl, Etale cohomology and the Weil conjecture, Springer-Verlag, 1988.

[2] A. Grothendieck (Ed.), Revetements Etales et Groupe Fondamental, (SGA 1), Lecture Notes in Math. 224, Springer-Verlag 1971.

[3] [1] A. Grothendieck, Brief an Faltings vom 27.6.1983.

[4] S. Lang (Ed.), Number Theory III, in Encyclopedia of Mathematical Sciences, vol. 60, Springer-Verlag 1991.

[5] J.S. Milne, Etale cohomology, Princeton University Press, 1980.

[6] [2] S. Mochizuki, The Profinite Grothendieck Conjecture for Closed Hyperbolic Curves over Number fields, preprint?.

[7] [3] S. Mochizuki, The local Pro-p Grothendieck Conjecture for Hyperbolic curves, preprint?.

[8] J. Neukirch, Über die absoluten Galoisgruppen algebraischer Zahlkörper, Asterisque 41-42 (1977), S. 67-79.

[9] F. Pop, On the Galois theory of function fields of one variable over number fields, J. reine angew. Math. 406(1990), 200-218.

[10] F. Pop, On Grothendieck's conjecture of birational anabelian geometry, Ann. of Math. 138(1994), 145-182.

[11] [4] F. Pop, On Grothendieck's conjecture of birational anabelian geometry II, Preprint, 1995.

---

[1] Ich versuche den Text auf das WWW unter der Adresse

http://www.mi.uni-koeln.de/mi/Forschung/Jannsen/aktivitaeten/1996-Wintersemester/Arbeitsgemeinschaft/index.html

zu legen. Ich hoffe, die aufgetretenen technischen Probleme in den nächsten Tagen zu überwinden.

[2] Kann (auch) bei mir abgefordert werden.

[3] Kann (auch) bei mir abgefordert werden.

[4] Diese Arbeit habe ich im Augenblick noch nicht, hoffe sie jedoch in den nächsten Tagen zu erhalten. Sie kann dann ebenfalls bei mir abgefordert werden.

[12] M. Spiess, An arithmetic proof of Pop's Theorem concerning Galois groups of function fields over number fields, J. reine angew. Math. 478(1996), 107-126.

[13] [5] A. Tamagawa, The Grothendieck conjecture for affine curves, thesis, to be published.

[14] K. Uchida, Isomorphisms of Galois groups of algebraic function fields, Ann. of Math. 106(1977), 589-598.

[5]Kann (auch) bei mir abgefordert werden.