

Seminar¹ SS09

Dirichletsche Reihen und Primzahlverteilung

Beschreibung des Seminars:

Die Primzahlen erzeugen die natürlichen Zahlen multiplikativ. Die Verteilung der Primzahlen innerhalb der natürlichen Zahlen ist eine zentrale Frage der Mathematik. Die Anfänge der Untersuchung der Primzahlverteilung gehen bis auf Euklid zurück, der bekanntlich gezeigt hat, dass es unendlich viele Primzahlen gibt.

Das Ziel des Seminars ist es, einige wichtige analytische Methoden zur Untersuchung der Verteilung der Primzahlen kennenzulernen. Es handelt sich dabei um die Anwendung der Theorie der Dirichletschen Reihen auf Probleme der Zahlentheorie.

Das Hauptziel des Seminars sind der Beweis des Primzahlsatzes und des Satzes von Dirichlet über Primzahlen in arithmetischen Progressionen.

Vorträge:

- 1) Elementare Eigenschaften von Primzahlen:
Primfaktorzerlegung, Satz von Euklid, Satz von Euler, etc.
- 2) Die Primzahlzählfunktion $\pi(x)$, Satz von Tschebyschev
- 3) Dirichletsche Reihen (Konvergenzeigenschaften, absolute Konvergenz, Satz von Landau)
- 4) Riemannsche Zetafunktion: analytische Fortsetzung, Funktionalgleichung, Eulersches Produkt
- 5) Nullstellen der Riemannschen Zetafunktion
- 6) Der Beweis des Primzahlsatzes
- 7) Endliche Fourieranalysis:
Endliche abelsche Gruppen, Charaktere, etc.
- 8) Dirichletsche L -Reihen
- 9) Analytische Fortsetzung und Funktionalgleichung von Dirichletschen L -Reihen
- 10) Beweis des Satzes von Dirichlet I
- 11) Beweis des Satzes von Dirichlet II
- 12) Anwendungen

Literatur:

- J. Brüderl, *Einführung in die analytische Zahlentheorie*, Springer-Verlag, Berlin 1995.
- E.M. Stein, R. Shakarchi, *Fourier Analysis*, Princeton Lectures in analysis I, Princeton Univ. Press, Princeton, 2003.
- H. Koch, H. Pieper, *Zahlentheorie*, Deutscher Verlag der Wiss., Berlin, 1976.
- H. Davenport, *Multiplicative number theory*. Third edition. Graduate Texts in Mathematics, 74. Springer-Verlag, New York, 2000.
- K. Prachar, *Primzahlverteilung*, Springer-Verlag, Berlin, 1978.

¹Pflichtseminar (S1G1)