Prof. Dr. Werner Müller
Dr. Fabian Meier

Wintersemester 2010/11

9. Übung Globale Analysis I

Abgabe am Montag, den 20. Dezember, in der Vorlesungspause.

Bei Fehlern oder Fragen bitte eine eMail an: `brief`α`fabianmeier.de` .

Aufgabe 1 (Kohomologie der Sphäre). (5 Punkte)

Es sei $B^n \subset \mathbb{R}^n$ die Einheitskugel. Zeigen Sie, dass

$$H^*\big(B^n \backslash \{0\}\big) \cong H^*\big(S^{n-1}\big).$$

Aufgabe 2 (Selbstabbildungen von T^2). (3 Punkte)

Die Abbildung $\rho_{m,n} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $m, n \in \mathbb{Z}$, die gegeben ist durch $\rho(x, y) = (m \cdot x,\, n \cdot y)$, induziert eine Abbildung von T^2 in sich selbst, die wir $\overline{\rho}_{m,n}$ nennen. Beschreibe die Wirkung von $\overline{\rho}^*_{m,n}$ auf der Kohomologie von T^2.

Aufgabe 3 (Homologische Algebra). (4 Punkte)

Sei $0 \to C'_\bullet \xrightarrow{i_\bullet} C_\bullet \xrightarrow{q_\bullet} C''_\bullet \to 0$ eine kurze exakte Sequenz von Kokettenkomplexen über einem Körper $\mathbb{K}$. Die exakte Sequenz der Kokettenkomplexe induziert eine lange Sequenz der Kohomologie. Zeigen Sie, dass diese Sequenz exakt ist.