# Analysis 1

*10.12.2017*

Prof. Dr. H. Koch
Dr. F. Gmeineder

universitätbonn

---

## Tutorium 8

---

**Aufgabe 1:**
Bestimmen Sie die Ableitungen der nachfolgenden Funktionen $f_k\colon \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$, $k = 1, ..., 7$.

$$f_1(x) = \sin(x)\log(x), \quad f_2(x) = \exp(\cos(x)), \quad f_3(x) = \frac{\tan(x)}{1 + (\log(x))^2},$$
$$f_4(x) = (x^x)^x, \quad f_5(x) = x^{(x^x)}, \quad f_6(x) = \sinh(x), \quad f_7(x) = \cosh(x).$$

**Aufgabe 2:**
Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{>0}$ differenzierbar. Bestimmen Sie die Ableitung von

$$g\colon x \mapsto \log(f(x)).$$

**Aufgabe 3:**
Bestimmen Sie mit Beweis, für welche $k, m \in \mathbb{Z}$ die Funktion $f_{k,m}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f_{k,m}(x) := \begin{cases} x^k \sin(\frac{1}{x^m}), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

auf ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar ist. Arbeiten Sie hierbei an der kritischen Stelle $x = 0$ direkt anhand der Definition der Differenzierbarkeit.

**Aufgabe 4:**
Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $p\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Polynomfunktion vom Grad $n \in \mathbb{N}$, d.h., $p$ besitzt die Darstellung

$$p(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k, \qquad \text{für alle } x \in \mathbb{R}.$$

Weiterhin notiere für eine differenzierbare Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $j \in \mathbb{N}$ $f^{(j)}$ ihre $j$-te Ableitung, d.h., wir definieren rekursiv

$$f^{(0)} = f \quad \text{und} \quad f^{(j)} := \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f^{(j-1)} \text{ für } j \geq 1.$$

Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$p(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k,$$

und andererseits für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt

$$p(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(y)}{k!} (x - y)^k.$$

---