

Analysis 1, Präsenzübung 2

Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christoph Thiele
Dr. Diogo Oliveira e Silva
Wintersemester 2014/15



Aufgabe 1 (Summen). Welchen Zahlenwert haben die folgenden Summen?

(a)

$$\sum_{k=1}^5 \frac{1}{k}$$

(b)

$$\sum_{k=1}^{999} \frac{1}{k(k+1)}$$

(c)

$$\sum_{k=1}^4 3^{4-k} 2^k$$

Aufgabe 2 (Quantoren). Für einen beliebigen Mathematiker x sei $f(x)$ sein Doktorvater. Formulieren Sie die folgenden Sätze als formale Aussagen:

(Beispiel) *Jean hat nur einen Doktoranden gehabt.*

$$\exists x \forall y : f(x) = j \wedge (f(y) \neq j \vee y = x).$$

(a) Lillian ist die akademische Tante von Paul.

(b) Stefanie hat genau zwei akademische Geschwister.

(c) Kristina hat keine akademischen Cousins oder Cousinen.

Aufgabe 3 (Induktion). Seien $n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

(a)

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n}{3}(4n^2 - 1);$$

(b)

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$