
Analysis in mehreren Veränderlichen

Übungsblatt 10

Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 23. Januar 2014

Aufgabe 37 (10 Punkte)

Sei Q ein Quader in \mathbb{R}^n . Zeigen Sie: Dann ist $\int_{\mathbb{R}^n} \chi_Q$ gleich dem Produkt der Kantenlängen, d.h. das mit dem Integral definierte Volumen stimmt mit dem durch die Kantenlängen erklärten überein.

Aufgabe 38 (10 Punkte)

Zeigen Sie: Ist $A \subset \mathbb{R}^n$ messbar, und $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ein Vektorraum-Isomorphismus, dann ist das Volumen von $f(A)$ gleich $|\text{Det} f| \text{vol}(A)$.

Aufgabe 39 (10 Punkte)

Zeigen Sie: Ist $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann integrierbar, dann ist f L-integrierbar.

Aufgabe 40 (10 Punkte)

Zwei Funktionen $f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ heißen fast überall gleich, wenn sie außerhalb einer Nullmenge übereinstimmen. Zeigen Sie: Dies ist eine Äquivalenzrelation auf der Menge der L-integrierbaren Funktionen.