
Analysis in mehreren Veränderlichen

Übungsblatt 9

Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 16. Januar 2014

Aufgabe 33 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass der Graph einer stetigen Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Nullmenge in \mathbb{R}^2 ist.

Aufgabe 34 (10 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine Treppenfunktion. Zeigen Sie, dass es eine Darstellung von f als Treppenfunktion mit disjunkten Intervallen gibt.

Aufgabe 35 (10 Punkte)

Sei $k \in \mathbb{N}$ und $A_k := [-k, k] \cap \mathbb{Q}$ und $B_k := [-k, k] \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$. Entscheiden Sie, welche dieser Mengen messbar sind und bestimmen Sie gegebenenfalls das Maß.

Aufgabe 36 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Summe von zwei Lebesgue integrierbaren Funktionen

$$f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\infty\}$$

Lebesgue integrierbar ist.