Mathematisches Institut
Prof. Dr. Matthias Kreck
Clemens Kienzler
Wintersemester 13/14

universität bonn

Analysis in mehreren Veränderlichen

Übungsblatt 6 — Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 28. November 2013

Aufgabe 21 (10 Punkte)

Es sei $U \subset \mathbb{R}^2$ eine offene Teilmenge, die die abgeschlossenen Halbebene $H := \mathbb{R} \times [0, \infty)$ enthält und $f : U \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit stetig differenzierbaren partiellen Ableitungen. Sei $p = (a, 0)$ ein Randpunkt von H.
Man zeige: Hat $f|_H$ in p ein lokales Extremum, so verschwindet die partielle Ableitung nach x an der Stelle p.

Aufgabe 22 (10 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung von $f(x) = x^x$ wie folgt:

a) Nehmen Sie an, die Basis wäre eine Konstante und leiten Sie nach dem x im Exponenten ab (d.h.: leiten Sie s^x nach x ab und setzen Sie danach $s = x$).

b) Nehmen Sie an, der Exponent wäre eine Konstante und leiten Sie nach dem x in der Basis ab.

c) Addieren Sie die Resultate.

Rechnen Sie nach, dass das richtige Ergebnis herauskommt. Begründen Sie mit Hilfe der Kettenregel, warum diese Methode korrekt ist.

Aufgabe 23 (10 Punkte)

Betrachten Sie für jedes $a \in \mathbb{R}$ die Funktion $f_a : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, die jedem (x, y) mit $y \neq 0$ den Wert

$$f_a(x, y) := \frac{x^a}{y}$$

zuordnet und für $y = 0$ den Wert 0. Entscheiden Sie für jeden Wert von a, ob die Funktion

a) partiell differenzierbar ist,

b) alle Richtungsableitungen existieren,

c) differenzierbar ist.

Aufgabe 24 (10 Punkte)

Seien k und l natürliche Zahlen. Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die x für $x \geq 0$ auf x^k und für $x < 0$ auf x^l abbildet. Für welche k und l ist die Funktion differenzierbar?