

---

**Analysis in mehreren Veränderlichen**

Übungsblatt 1

Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 24. Oktober 2013

---

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**

Sei  $k \in \mathbb{N}_0$  und  $f_k : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$f_k(t) = \begin{cases} t & \text{für } 0 < t < 1 \\ t^k & \text{für } 1 \leq t < \infty. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass  $f_k$  stetig ist für alle  $k \in \mathbb{N}_0$ .

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Seien  $f$  und  $g$  stetige reellwertige Funktionen auf dem Intervall  $(a, b)$ .

Zeigen Sie, dass  $x \mapsto \max(f(x), g(x))$  eine stetige Funktion auf  $(a, b)$  definiert.

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

Sei  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  stetig mit der Eigenschaft, dass  $f(x) = f(x^2)$  für alle  $x \in (0, \infty)$ .

Zeigen Sie, dass  $f$  konstant ist.

**Aufgabe 4 (10 Punkte)**

Seien  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig mit  $f(x) = g(x)$  für alle  $x \in \mathbb{Q}$ .

Zeigen Sie, dass  $f = g$ , d.h.  $f(x) = g(x)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ .